

CAPITULO 4

ESTUDIO Y ANALISIS DE FALLAS

4.1. Introducción

Las condiciones anormales de funcionamiento de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), se deben a fenómenos transitorios, que se pueden clasificar, según al tiempo de duración en las siguientes categorías:

- **Fenómenos transitorios ultrarápidos:** Corresponden sustancialmente a descargas atmosféricas sobre las líneas de transmisión y a los fenómenos producidos por operaciones de conexión y desconexión de diversos componentes de la red del SEP, tales como, las líneas. Las perturbaciones de este tipo dan origen a ondas de tensión y corriente que viajan prácticamente a la velocidad de la luz, pero su efecto dura unos pocos milisegundos después de iniciado. Sin embargo, los procesos de reflexión de las ondas producen elevadas tensiones que pueden llegar a destruir el equipo asociado a las líneas. La razón del estudio de estos fenómenos radica en el hecho de que su análisis suministra las bases necesarias para la selección adecuada del nivel de aislación de los equipos eléctricos asociados a las líneas y de las líneas mismas.
- **Fenómenos transitorios medianamente rápidos:** En este grupo se incluyen los fenómenos causados por cambios abruptos de la estructura del SEP, o sea los cortocircuitos o líneas abiertas. Usualmente, sólo los 10 primeros ciclos son de importancia práctica y se estudian en el rango de 10 a 100 milisegundos siguientes a la falla.
- **Fenómenos transitorios lentos:** Cuando ocurre un cortocircuito en una línea de transmisión importante y no se desconecta oportunamente la sección afectada, puede producirse uno de los fenómenos más peligrosos de un SEP, esto es, oscilaciones mecánicas de los rotores de los generadores. Se producen fenómenos transitorios electromecánicos que se estudian bajo el nombre de **estabilidad transitoria**. Las oscilaciones mecánicas de los rotores son relativamente lentas, en consecuencia, los estudios de estabilidad transitoria se realizan en el rango de fracción de segundo hasta un minuto.

Debido a los fenómenos transitorios se pueden producir en un SEP, diversas alteraciones que reciben el nombre de fallas. Una falla en un circuito es cualquier evento que interfiere con el flujo normal de corriente. Sin embargo, dentro de este curso, designaremos como fallas a los cortocircuitos y las fases abiertas.

4.2. Tipos de fallas

- **Cortocircuitos:** Trifásico simétrico, aislado o a tierra, bifásico aislado (cortocircuito entre 2 líneas), bifásico a tierra (entre dos líneas y el conjunto a tierra) y monofásico (una línea conectada a tierra).
- **Fases abiertas:** Una fase abierta, dos fases abiertas y tres fases abiertas. La última situación significa que la línea o dispositivo sale completamente de servicio.

Los cortocircuitos trifásicos dan origen a fallas simétricas pues el SEP permanece eléctricamente balanceado, en cambio los cortocircuitos bifásicos aislado y a tierra y el monofásico, así como 1 ó 2 fases abiertas corresponden a fallas asimétricas, ya que el sistema queda eléctricamente desbalanceado en el punto de falla.

En el caso de fallas simétricas, el cálculo se realiza en base a una representación monofásica (por fase) de la red del SEP y se aplican las técnicas normales de análisis de circuitos. Para el cálculo de las fallas asimétricas, resulta conveniente utilizar al **Método de las Componentes Simétricas**.

4.3. Cálculo de Cortocircuitos

En general las corrientes de cortocircuito alcanzan magnitudes mucho mayores que los valores nominales de los generadores, transformadores y líneas. Si se permite que estas corrientes circulen por un período prolongado, pueden causar un serio daño térmico al equipo y problemas de estabilidad de funcionamiento en el SEP.

En este aspecto, el tipo de cortocircuito más severo es el trifásico, el que además de dar valores elevados de corriente, reduce a cero la capacidad de transmisión de una línea, lo siguen los cortocircuitos bifásico y finalmente el monofásico. En cambio, el tipo mas frecuente es el monofásico (aproximadamente el 75% de los casos) y el menos frecuente es el trifásico (aproximadamente el 5% de los casos).

En muchas oportunidades las corrientes de cortocircuito se autoextinguen y se restablece la aislación. Debido a este hecho, se utilizan en la práctica interruptores que reconectan automáticamente la línea dañada, una, dos o más veces para probar si la falla se ha eliminado. Sólo en el caso de que la falla persista, el interruptor desconecta la línea en forma definitiva.

4.3.1. Objetivos

- Definir la capacidad de ruptura de los interruptores necesarios en las diversas partes de un SEP, para lo que se realiza normalmente un cálculo de cortocircuito trifásico simétrico, debido a que este tipo de falla produce las corrientes de cortocircuito más elevadas en la mayoría de los casos.
- Ayudar a establecer un sistema adecuado de protección para diversas condiciones de falla, para lo que se debe realizar un cálculo de distribución de corrientes en la red del SEP tanto para cortocircuitos simétricos como asimétricos (usualmente el cortocircuito monofásico).

En general, el Cálculo de Cortocircuitos debe proporcionar los siguientes resultados:

- La corriente en el punto de falla
- La potencia de cortocircuito en el punto de falla
- La distribución de corrientes post-falla en todas las líneas del SEP
- Las tensiones post-falla en todas las barras

4.3.2. Aproximaciones

- Las máquinas síncronas se representan por los circuitos equivalentes aproximados, que se muestran en la Figura 4.1.

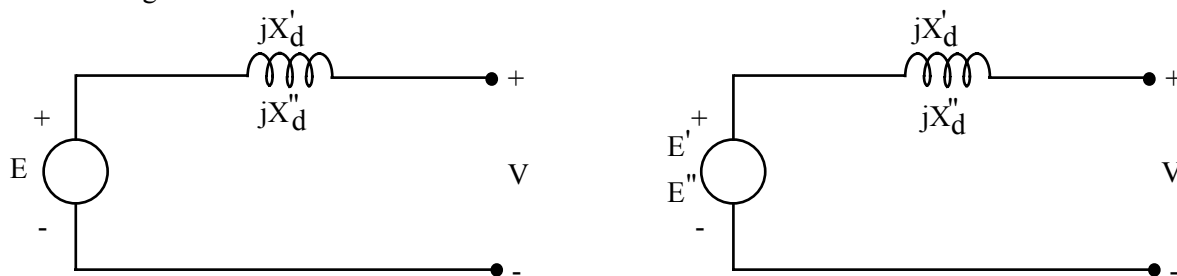


Figura 4.1.- Circuitos equivalentes para las Máquinas Síncronas

- Las cargas, cuando se estima necesario incluirlas, se suponen independientes de la tensión y se representan por una impedancia o admitancia equivalente.
- Todas las tensiones internas de los generadores se suponen iguales entre sí e iguales a 1,0 (pu)
- Se desprecian las corrientes de pre-falla

- En muchos casos se desprecian las resistencias de los elementos y sólo se consideran sus reactancias
- Los transformadores con cambio de Tap se consideran en su razón nominal

4.4. Cortocircuitos trifásicos simétricos

4.4.1. Comportamiento de un generador en condiciones de cortocircuito trifásico simétrico

a. **El generador en vacío antes de producirse la falla:** La corriente que circula por cada fase del generador en cortocircuito, es similar a la que circula por un circuito R-L serie, alimentado bruscamente por una fuente de tensión sinusoidal; es decir, la corriente es asimétrica respecto al eje de tiempo y disminuye en forma exponencial. Sin embargo, existe una diferencia fundamental y ella radica en que la reactancia del generador no permanece constante durante el fenómeno (Figura 4.1). Las corrientes en las tres fases de un generador en cortocircuito se muestran en la Figura 4.2.

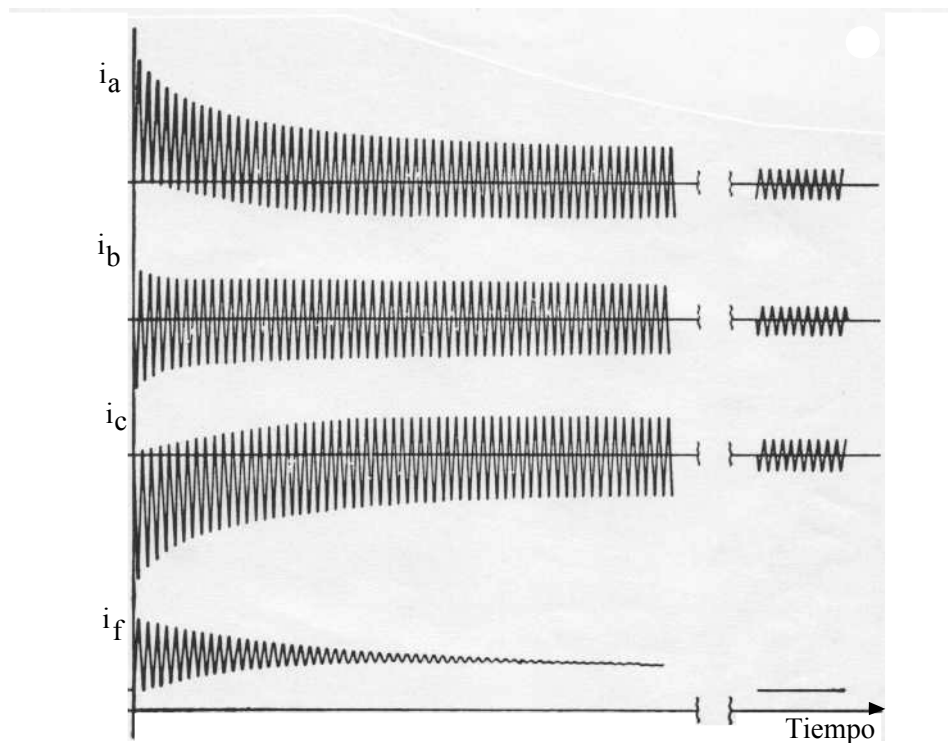


Figura 4.2.- Corrientes de cortocircuito en un Generador Síncrono

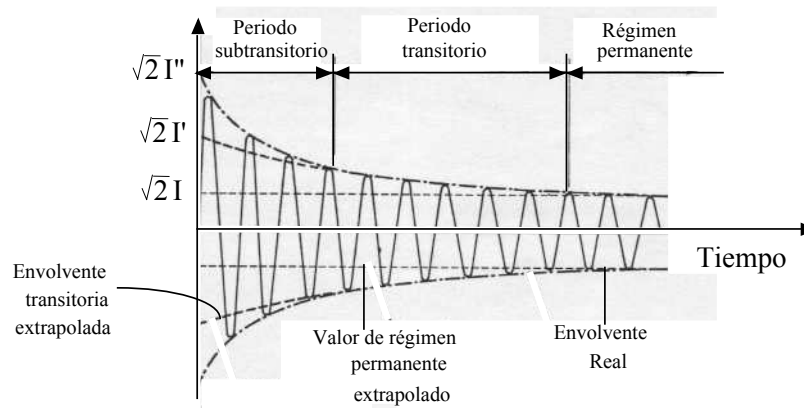


Figura 4.3.- Corriente de cortocircuito en un Generador Síncrono despreciando la componente unidireccional

Usualmente la corriente continua no se considera en el análisis y su efecto se incluye posteriormente en el cálculo de las corrientes instantáneas y de interrupción de los interruptores. Despreciando el efecto de la componente continua, la corriente de cortocircuito de una fase cualquiera, resulta simétrica, como se muestra en la Figura 4.3, que corresponde a un generador con enrollados amortiguadores y en vacío antes de producirse la falla. Directamente de esta figura los valores eficaces de corrientes de cortocircuito quedan:

$$\text{Corriente subtransiente} \quad I'' = \frac{E}{X_d''} \quad (4.1)$$

$$\text{Corriente transiente} \quad I' = \frac{E}{X_d'} \quad (4.2)$$

$$\text{Corriente permanente} \quad I = \frac{E}{X_d} \quad (4.3)$$

b. El generador con carga antes de producirse la falla: En este caso, la fuerza electromotriz (fem) interna E se va modificando a medida que transcurre el fenómeno y, para determinar las corrientes subtransiente y transiente de cortocircuito se deben considerar los circuitos mostrados en las Figura 4.4 y 4.5, respectivamente, donde Z_e es una impedancia externa que puede existir entre los terminales del generador y el punto de Falla F y Z_c es la impedancia del consumo.

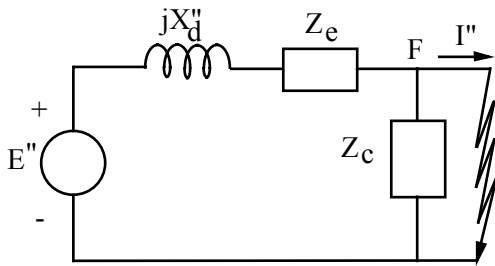


Figura 4.4.- Circuito Subtransiente

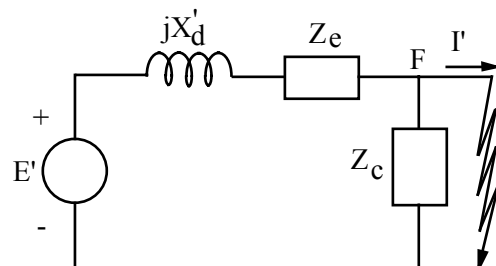


Figura 4.5.- Circuito Transiente

Para realizar el cálculo se pueden emplear dos procedimientos

- **Aplicando el teorema de Thevenin en el punto de Falla:** En la Figura 4.4, sean:

$\dot{V}_F(0)$: tensión en el punto F antes de producirse la falla

I'' : corriente subtransiente de cortocircuito

Z_{TH} : Impedancia equivalente de Thevenin calculada desde el punto de falla, donde:

$$Z_{TH} = \frac{(Z_e + jX_d'') Z_c}{Z_e + jX_d'' + Z_c} \quad (4.4)$$

Por lo tanto, el circuito de la Figura 4.4, se transforma en el de la Figura 4.6, siguiente

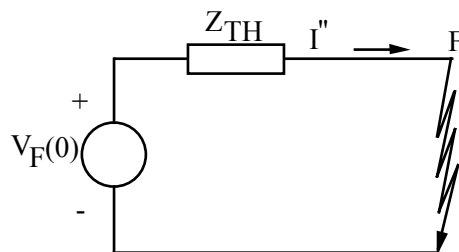


Figura 4.6.- Circuito equivalente de Thevenin en Régimen subtransitorio

Luego:

$$\dot{I}'' = \frac{\dot{V}_F(0)}{Z_{TH}} = \frac{Z_e + Z_c + jX_d''}{(Z_e + jX_d'') Z_c} \dot{V}_F(0) \quad (4.5)$$

de la misma forma, para la Figura 4.5 se tiene:

$$\dot{I}' = \frac{\dot{V}_F(0)}{Z_{TH}} = \frac{Z_e + Z_c + jX_d'}{(Z_e + jX_d') Z_c} \dot{V}_F(0) \quad (4.6)$$

- **Empleando las tensiones detrás de las reactancias subtransiente o transiente:** Cuando circula una corriente de carga I_c antes de la falla, se pueden visualizar tres tensiones internas posibles, asociadas a sus correspondientes reactancias, tal como se indicó anteriormente. Las Figuras 4.7 a) y b) muestran los circuitos equivalentes y los diagramas fasoriales respectivos.

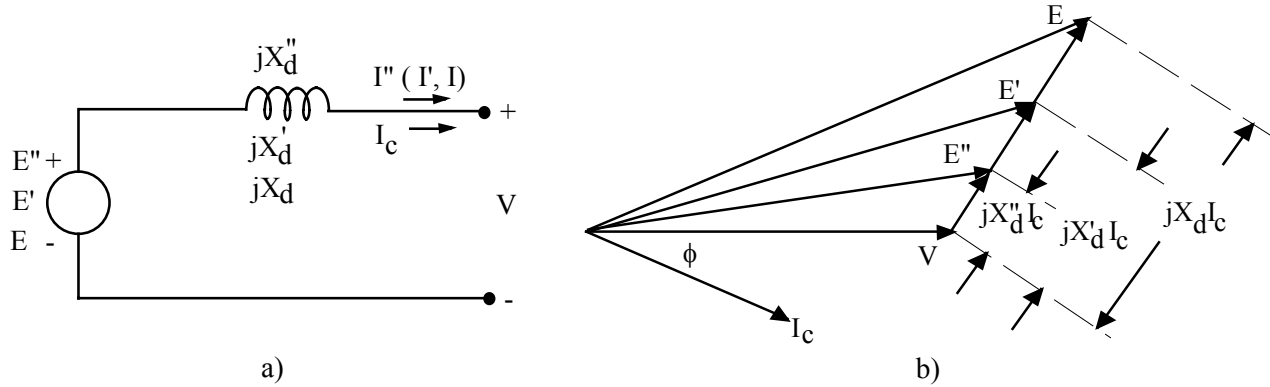


Figura 4.7.- Cálculo de Corriente de Cortocircuito, empleando las tensiones internas. a) Circuito Equivalente
b) Diagrama Fasorial

A partir de la Figura 4.7 se puede escribir:

$$\dot{E}'' = \dot{V} + jX_d'' \dot{I}_c \quad (4.7)$$

$$\dot{E}' = \dot{V} + jX_d' \dot{I}_c \quad (4.8)$$

$$\dot{E} = \dot{V} + jX_d \dot{I}_c \quad (4.9)$$

Por lo que, las corrientes de falla son:

$$\dot{I}'' = \frac{\dot{E}''}{jX_d'' + Z_e} \quad (4.10)$$

$$\dot{I}' = \frac{\dot{E}'}{jX_d' + Z_e} \quad (4.11)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{jX_d + Z_e} \quad (4.12)$$

c. Concepto de Potencia de Cortocircuito: Durante un cortocircuito trifásico simétrico en un SEP, las tensiones en las barras no falladas disminuyen. La magnitud de la caída de tensión en las barras es una indicación de la capacidad de SEP para reaccionar frente al cortocircuito. Es conveniente disponer de una medida de esta propiedad del sistema como asimismo de la severidad de la falla. Ambos objetivos se pueden

cumplir definiendo una cantidad denominada "Potencia de cortocircuito", "Capacidad de cortocircuito", o "nivel de falla" de la barra fallada.

Considérese una barra "p" cualquiera del SEP en la cual se ha producido un cortocircuito trifásico simétrico.

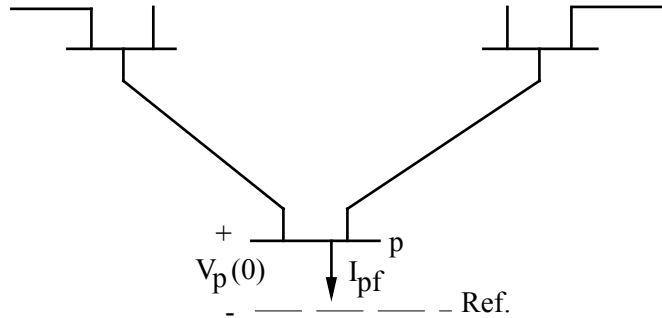


Figura 4.8.- SEP con un cortocircuito trifásico en la barra p

Sean: $V_p(0)$: tensión en la barra p antes de producirse la falla
 I_{pf} : corriente de cortocircuito o de falla en la barra p.

Entonces, por definición, la potencia de cortocircuito S_{cc} en la barra p será:

$$S_{cc} = V_p(0) I_{pf} \quad (4.13)$$

Por otra parte si V_B e I_B son, respectivamente, el voltaje base y la corriente base en el sector que corresponde a la barra p, se puede demostrar que:

$$S_{cc} = V_p(0) [pu] I_{pf} [pu] S_B = \frac{[V_p(0)]^2 [pu]}{Z_{pf} [pu]} S_B \quad (4.14)$$

en que Z_{pf} es la impedancia de cortocircuito en la barra "p" y corresponde a la impedancia equivalente de Thevenin calculada desde la barra p hacia el interior del SEP.

d. Algunos antecedentes relativos a la selección de interruptores: Los valores de corriente suministrados por un cálculo de cortocircuito, corresponden a corrientes simétricas respecto al eje del tiempo y por lo tanto no incluyen la componente de corriente continua. En la selección de interruptores debe tenerse en cuenta la componente de corriente continua; por ello se distinguen dos valores de corriente:

- **Corriente instantánea:** Es la corriente que debe soportar un interruptor inmediatamente después de ocurrida la falla. Para determinarla, se calcula en primer lugar la corriente simétrica de cortocircuito utilizando las reactancias subtransientes de los generadores, motores sincrónicos y de inducción. Luego, el valor así calculado, se multiplica por un factor que depende de la tensión de operación del interruptor. Los factores usualmente empleados se indican en la Tabla 4.1.
- **Corriente de interrupción:** Es la corriente que un interruptor debe ser capaz de interrumpir en el momento que se abren sus contactos. Para determinar su valor, se procede primero a calcular la corriente simétrica de cortocircuito y luego se aplica un factor que depende de la velocidad de operación del interruptor. La Tabla 4.2 muestra algunos valores típicos.

Para el cálculo se recomienda emplear las reactancias subtransientes de los generadores, las reactancias transientes de los motores y condensadores sincrónicos. Los motores de inducción no se consideran.

Tabla 4.1.- Factores de corrección para la corriente instantánea

Voltaje	Factor
> 5 kV	1,6
≤ 5 kV	1,5
≤ 600 V	1,25

Ejemplo 4.1. En el sistema de la Figura 4.9, los datos en pu están en base 2.000 kVA y 480 Volt. Si ocurre un cortocircuito trifásico en la barra m, cuando el voltaje en esta barra es el nominal y los motores están trabajando en condiciones nominales, determinar la corriente subtransitoria de falla (Amperes) en cada uno de los motores y en la línea, así como la corriente de falla en la barra m, considerando la corriente de pre-falla y utilizando:

- El método de las tensiones internas
- El método de Thevenin

Solución:

a) Cálculos previos:

$$S_B = 2 \text{ MVA}; V_B = 0,48 \text{ kV} \Rightarrow S_{CC3\phi} = \frac{9,6}{2} = 4,8 \text{ (pu)}$$

$$X_S = \frac{[V(0)]^2}{S_{CC3\phi}} = \frac{1}{4,8} = 0,2083 \text{ (pu)}$$

$$Z_B = \frac{kV_B^2}{MVA_B} = \frac{0,48^2}{2} = 0,1152 \text{ } \Omega;$$

$$X_L = \frac{0,023}{0,1152} = 0,1997 \text{ (pu)}; I_B = \frac{2 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 480} = 2405,63 \text{ A}$$

b) Método de las tensiones internas: Figura 4.10

$$\dot{V}_m = \frac{480 \angle 0^\circ}{480} = 1 \angle 0^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 = \frac{1/2 \angle -\cos^{-1} 0,9}{1 \angle 0^\circ} = 0,5 \angle -25,84^\circ \text{ (pu)}$$

$$E''_{M1} = 1 \angle 0^\circ - j0,8 * 0,5 \angle -25,84^\circ = 0,9 \angle -23,56^\circ \text{ (pu)}; E''_{M2} = 1 \angle 0^\circ - j0,25 * 0,5 \angle -25,84^\circ = 0,9522 \angle -6,79^\circ \text{ (pu)}$$

$$E''_S = 1 \angle 0^\circ + j(0,2083 + 0,1997) * 1,0 \angle -25,84^\circ = 1,2337 \angle 17,32^\circ \text{ (pu)}$$

En falla, $V_m = 0$; por lo tanto, del circuito (Figura 4.11):

$$\dot{I}_S'' = \frac{1,2337 \angle 17,32^\circ}{j(0,2083 + 0,1997)} = 3,024 \angle -72,68^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{M1}'' = \frac{0,9 \angle -23,56^\circ}{j0,8} = 1,125 \angle -113,56^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{M2}'' = \frac{0,9522 \angle -6,79^\circ}{j0,25} = 3,8088 \angle -96,79^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_F'' = \dot{I}_S'' + \dot{I}_{M1}'' + \dot{I}_{M2}'' = 7,7 \angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

Tabla 4.2.- Factores de corrección para la corriente de interrupción

Interruptores de	Factor
8 ciclos o mas	1,0
5 ciclos	1,1
3 ciclos	1,2
2 ciclos	1,4

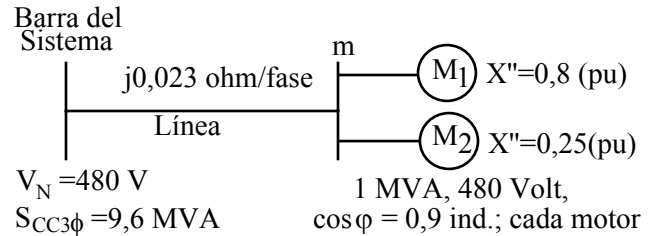


Figura 4.9

$S_{CC3\phi}$: Potencia de Cortocircuito trifásico en barra del sistema.

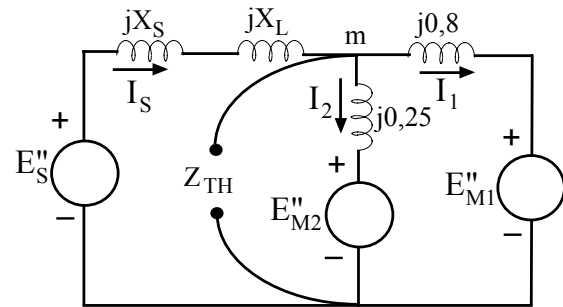


Figura 4.10

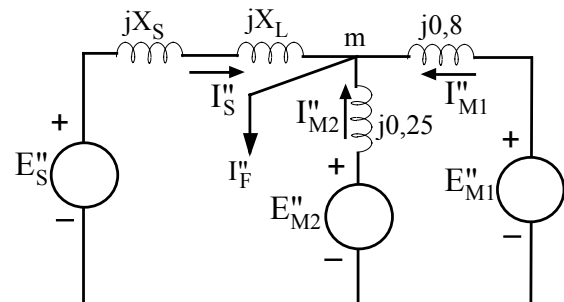


Figura 4.11

Valores en amperes: Multiplicando por la corriente base se obtiene:

$$\dot{I}_S'' = 7.274,63 \angle -72,68^\circ \text{ A}; \dot{I}_{M1}'' = 2.706,33 \angle -113,56^\circ \text{ A}; \dot{I}_{M2}'' = 9.162,56 \angle -91,79^\circ \text{ A}; \dot{I}_F'' = 18.523,35 \angle -90^\circ \text{ A}$$

d) Usando el Teorema de Thevenin

A partir de la Figura 4.10, cortocircuitado las fuentes de tensión se obtiene la Impedancia de Thevenin:

$$Z_{TH} = \frac{1}{\frac{1}{j0,408} + \frac{1}{j0,8} + \frac{1}{j0,25}} = j0,1299 \text{ (pu)}. \text{ Además, } V_{TH} = V_m(0) = 1 \angle 0^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_F'' = \frac{\dot{V}_{TH}}{Z_{TH}} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0,1299} = 7,7 \angle -90^\circ$$

$$\dot{I}_S'' = 7,7 \angle -90^\circ \frac{\frac{j0,8 * j0,25}{j(0,8 + 0,25)}}{j0,408 + \frac{j0,8 * j0,25}{j(0,8 + 0,25)}} + 1 \angle -25,84 = 3,024 \angle -72,68^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{M1}'' = 7,7 \angle -90^\circ \frac{\frac{j0,408 * j0,25}{j(0,408 + 0,25)}}{j0,8 + \frac{j0,408 * j0,25}{j(0,408 + 0,25)}} - 0,5 \angle -25,84 = 1,1257 \angle -113,56^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{M2}'' = 7,7 \angle -90^\circ \frac{\frac{j0,408 * j0,8}{j(0,408 + 0,8)}}{j0,25 + \frac{j0,408 * j0,8}{j(0,408 + 0,8)}} - 0,5 \angle -25,84 = 3,8083 \angle -96,79^\circ \text{ (pu)}$$

4.4.2. Cortocircuitos trifásicos simétricos en un SEP

a. Método tradicional: Como en el caso de un cortocircuito trifásico simétrico, el SEP queda balanceado, es posible trabajar utilizando el circuito equivalente por fase, con las aproximaciones usuales, aplicando Thevenin en el punto de falla. El método es cómodo para resolver problemas con pocos nudos; sin embargo, cuando se trata de sistemas de mayor tamaño, resulta poco práctico. Por otra parte, para calcular un cortocircuito en otra barra es necesario hacer de nuevo todos los cálculos. Adicionalmente, la determinación de los voltajes en las otras barras y el cálculo de las corrientes en las líneas significa resolver la red completa del SEP.

b. Cálculo sistemático (Método general): Cuando se trata de sistemas de gran magnitud, los cálculos manuales resultan demasiado engorrosos y se debe recurrir al uso de los computadores digitales. El procedimiento que se sigue, en vez de calcular las corrientes en el punto de falla, para luego repartirlas en todo el sistema; consiste en calcular directamente las tensiones en los distintos nudos, con ayuda de un modelo nodal de impedancias. Conocidas las tensiones durante la falla, pueden calcularse a continuación las corrientes por las diversas ramas. Debido a la rapidez del cálculo digital, la matriz de impedancia puede por ejemplo, incluir las admitancias paralelo tales como las asociadas a las cargas.

Las tensiones, post-falla se pueden obtener como la superposición de la situación pre-falla (obtenida normalmente de un cálculo de flujo de potencia) con la situación durante la falla solamente, es decir:

$$[V_B(f)] = [V_B(0)] + [V_B(cc)] \quad (4.15)$$

donde: $[V_B(f)]$: Vector de tensiones post-falla
 $[V_B(0)]$: Vector de tensiones prefalla
 $[V_B(cc)]$: Vector de tensiones debido sólo a la falla:

$$[V_B(f)] = [\dot{V}_{1f} \cdots \dot{V}_{pf} \cdots \dot{V}_{qf} \cdots \dot{V}_{nf}]^t \quad (4.16)$$

$$[V_B(0)] = [\dot{V}_{10} \cdots \dot{V}_{p0} \cdots \dot{V}_{q0} \cdots \dot{V}_{n0}]^t \quad (4.17)$$

$$[V_B(cc)] = [\dot{V}_{1cc} \cdots \dot{V}_{pcc} \cdots \dot{V}_{qcc} \cdots \dot{V}_{ncc}]^t \quad (4.18)$$

Aplicando el método de resolución nodal a la red del SEP, después de falla se tiene:

$$[I_F] = [Y_B][V_B(cc)] \Rightarrow [V_B(cc)] = [Z_B][I_F] \quad (4.19)$$

En que $[I_F]$ es el vector de corrientes (de falla) inyectadas en las distintas barras y $[Z_B]$ es la matriz de impedancia de barras que corresponde a la inversa de la matriz de admitancia de barras $[Y_B]$; definidas como:

$$[I_F] = [\dot{I}_{1f} \cdots \dot{I}_{pf} \cdots \dot{I}_{qf} \cdots \dot{I}_{nf}]^t \quad (4.20)$$

$$[Z_B] = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{1p} & Z_{1q} & Z_{1n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{pp} & Z_{pq} & Z_{pn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{q1} & Z_{qp} & Z_{qq} & Z_{qn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{np} & Z_{nq} & Z_{nn} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

En realidad no se inyecta corriente en ninguna de las barras, sino que se extrae corriente exclusivamente desde la barra fallada (por ejemplo, la barra p); por lo tanto, sólo uno de los elementos del vector de corrientes inyectadas es distinto de cero y vale $-\dot{I}_{pf}$. Introduciendo (4.19), (4.20) y (4.21) en (4.15), considerando (4.16), (4.17) y lo dicho recién respecto a la corriente se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{1f} &= \dot{V}_{10} - Z_{1p} \dot{I}_{pf} \\ \dot{V}_{pf} &= \dot{V}_{p0} - Z_{pp} \dot{I}_{pf} \\ \dot{V}_{qf} &= \dot{V}_{q0} - Z_{qp} \dot{I}_{pf} \\ \dot{V}_{nf} &= \dot{V}_{n0} - Z_{np} \dot{I}_{pf} \end{aligned} \quad (4.22)$$

Si existe una impedancia de falla Z_F entre la barra fallada p y tierra se tiene:

$$\dot{V}_{pf} = Z_F \dot{I}_{pf} \quad (4.23)$$

Reemplazando (4.23) en la p-ésima ecuación de (4.22) se obtiene finalmente:

$$\dot{I}_{pf} = \frac{\dot{V}_{p0}}{Z_F + Z_{pp}} \quad (4.24)$$

El circuito equivalente de Thevenin queda tal como se muestra en la Figura 4.15, donde, debido a que el cortocircuito es directo, se tiene que $V_{2F}=0$ y, por lo tanto:

$$\dot{I}_{2F} = \frac{1\angle 0^\circ}{j0,0353} = 28,3286\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

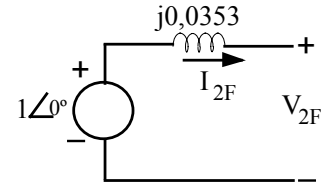


Figura 4.15

Considerando la Figura 4.14 se pueden determinar las corrientes y voltajes:

$$\dot{I}_{G2} = \frac{1\angle 0^\circ - 0}{j0,08} = 12,5\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{X2} = \dot{I}_{F2} - \dot{I}_{G2} = 28,3286\angle -90^\circ - 12,5\angle -90^\circ = 15,8286\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{G1} = \dot{I}_{X1} = \dot{I}_{X2} * \frac{j(0,05 + 0,05 + 0,01176)}{j(0,05 + 0,05 + 0,01176 + 0,02 + 0,03 + 0,02353)} = 9,5472\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{G3} = \dot{I}_{X3} = \dot{I}_{X2} * \frac{j(0,02 + 0,03 + 0,02353)}{j(0,05 + 0,05 + 0,01176 + 0,02 + 0,03 + 0,02353)} = 6,2814\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{V}_{1F} = 1\angle 0^\circ - j0,05 * \dot{I}_{G1} = 1\angle 0^\circ - j0,05 * 9,5472\angle -90^\circ = 0,5226\angle 0^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{V}_{3F} = 1\angle 0^\circ - j0,1 * \dot{I}_{G3} = 1\angle 0^\circ - j0,1 * 6,2814\angle -90^\circ = 0,3719\angle 0^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{L12} = \frac{\dot{V}_{1F} - \dot{V}_{2F}}{j0,08} = \frac{0,5226}{j0,08} = 6,5325\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{L13} = \frac{\dot{V}_{1F} - \dot{V}_{3F}}{j0,05} = \frac{0,5226 - 0,3719}{j0,05} = 3,014\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{L32} = \frac{\dot{V}_{3F} - \dot{V}_{2F}}{j0,04} = \frac{0,3719}{j0,04} = 9,2975\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

b) Método general: Considerando el circuito de la Figura 4.13, se determina la matriz Y_B , que resulta:

$$[Y_B] = \begin{bmatrix} -j52,5 & j12,5 & j20 \\ j12,5 & -j50 & j25 \\ j20 & j25 & -j55 \end{bmatrix} \Rightarrow [Z_B] = [Y_B]^{-1} = \begin{bmatrix} j0,03 & j0,0169 & j0,0186 \\ j0,0169 & \mathbf{j0,0353} & j0,0222 \\ j0,0186 & j0,0222 & j0,035 \end{bmatrix}$$

Utilizando las expresiones (4.24) a (4.27) con $Z_F=0$ se obtienen:

$$\dot{I}_{2F} = \frac{1\angle 0^\circ}{j0,0353} = 28,3286\angle -90^\circ \text{ (pu);}$$

$$\dot{V}_{2F} = 0$$

$$\dot{V}_{1F} = 1\angle 0^\circ - \frac{j0,0169}{j0,0353} * 1\angle 0^\circ = 0,5212\angle 0^\circ \text{ (pu);}$$

$$\dot{V}_{3F} = 1\angle 0^\circ - \frac{j0,0222}{j0,0353} * 1\angle 0^\circ = 0,3711\angle 0^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{L12} = \frac{0,5212\angle 0^\circ - 0}{j0,08} = 6,515\angle -90^\circ \text{ (pu);}$$

$$\dot{I}_{L13} = \frac{0,5212\angle 0^\circ - 0,3711\angle 0^\circ}{j0,05} = 3,002\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{L32} = \frac{0,3711\angle 0^\circ - 0}{j0,04} = 9,2775\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

Las corrientes en los generadores se determinan aplicando la Ley de Kirchhoff de corrientes en los nudos 1, 2 y 3 respectivamente:

$$\dot{I}_{G1} = \dot{I}_{L12} + \dot{I}_{L13} = 6,515 \angle -90^\circ + 3,002 \angle -90^\circ = 9,517 \angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{G2} = \dot{I}_{2F} - \dot{I}_{L12} - \dot{I}_{L32} = 28,3286 \angle -90^\circ - 6,155 \angle -90^\circ - 3,002 \angle -90^\circ = 19,1716 \angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{G3} = \dot{I}_{L32} - \dot{I}_{L13} = 9,2775 \angle -90^\circ - 3,002 \angle -90^\circ = 6,2775 \angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

4.5. Cortocircuitos Asimétricos

4.5.1. Componentes simétricas

a. Consideraciones generales: El cálculo de cortocircuitos asimétricos en un SEP, se realiza normalmente empleando el método de las componentes simétricas, por lo que es conveniente iniciar este estudio resumiendo algunos puntos fundamentales relacionados con su teoría.

El Método de las Componentes Simétricas se basa en el teorema de Fortescue. Se trata de un método particular de transformación lineal que consiste básicamente en descomponer un conjunto de fasores desbalanceados en otro conjunto de fasores de características tales que permitan un análisis más sencillo del problema original. En el caso particular de tensiones y corrientes trifásicas desequilibradas, este método los transforma en tres sistemas de fasores balanceados. Los conjuntos balanceados de componentes son:

- **Componentes de secuencia positiva:** formado por tres fasores de igual magnitud, desfasados 120° entre si y con la misma secuencia de fase que el sistema original.
- **Componentes de secuencia negativa:** formado por tres fasores de igual módulo, con desfase de 120° uno de otro y con la secuencia de fases opuesta a la de los fasores originales.
- **Componentes de secuencia cero:** formada por tres fasores de igual módulo y con desfase nulo.

Cuando se resuelve un problema utilizando componentes simétricas, se acostumbra designar las tres fases del sistema como a, b y c, de forma que la secuencia de fase de los voltajes y las corrientes en el sistema es *abc*. Así, la secuencia de fase de las componentes de secuencia positiva es *abc* y la secuencia de fase de las componentes de secuencia negativa es *acb*. Si los fasores originales de voltaje se designan como $\dot{V}_a$, $\dot{V}_b$ y $\dot{V}_c$, los tres conjuntos de componentes simétricas se designan agregando un subíndice (o superíndice) adicional 1 para las componentes de secuencia positiva, 2 para las de secuencia negativa y 0 para las de secuencia cero. Una vez obtenidos los resultados en el dominio de las componentes simétricas, los valores reales en cantidades de fase se calculan haciendo uso de una transformación inversa adecuada.

b. Relación entre voltajes (corrientes) de secuencia y de fase: La Figura 4.16 muestra los tres sistemas equilibrados de vectores (considerándolos como tensiones) y la suma gráfica de los componentes para obtener los fasores desbalanceados.

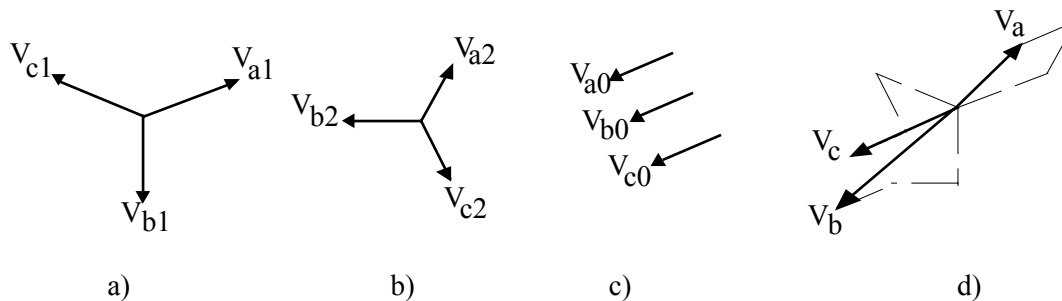


Figura 4.16.- Componentes de secuencia: a) positiva, b) negativa, c) cero, d) suma gráfica de ellas

Como cada uno de los vectores desequilibrados originales es igual a la suma de sus respectivos componentes simétricos, se puede escribir:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_a &= \dot{V}_{a0} + \dot{V}_{a1} + \dot{V}_{a2} \\
\dot{V}_b &= \dot{V}_{b0} + \dot{V}_{b1} + \dot{V}_{b2} \\
\dot{V}_c &= \dot{V}_{c0} + \dot{V}_{c1} + \dot{V}_{c2}
\end{aligned} \tag{4.28}$$

Si se consideran como referencia los fasores $\dot{V}_{a1}$, $\dot{V}_{a2}$ y $\dot{V}_{a0}$, respectivamente se tiene:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_{a1} &= V_{a1} \angle 0^\circ & \dot{V}_{a2} &= V_{a2} \angle 0^\circ & \dot{V}_{a0} &= V_{a0} \angle 0^\circ \\
\dot{V}_{b1} &= V_{a1} \angle 240^\circ & \dot{V}_{b2} &= V_{a2} \angle 120^\circ & \dot{V}_{b0} &= V_{a0} \angle 0^\circ \\
\dot{V}_{c1} &= V_{a1} \angle 120^\circ & \dot{V}_{c2} &= V_{a2} \angle 240^\circ & \dot{V}_{c0} &= V_{a0} \angle 0^\circ
\end{aligned} \tag{4.29}$$

Designando como $\dot{a}$, al operador complejo que origina un desplazamiento de 120° , es decir:

$$\dot{a} = 1 \angle 120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \tag{4.30}$$

e introduciendo las expresiones (4.29) y (4.30) en (4.28), esta última se puede escribir como:

$$\begin{aligned}
\dot{V}_a &= \dot{V}_{a0} + \dot{V}_{a1} + \dot{V}_{a2} \\
\dot{V}_b &= \dot{V}_{a0} + \dot{a}^2 \dot{V}_{a1} + \dot{a} \dot{V}_{a2} \\
\dot{V}_c &= \dot{V}_{a0} + \dot{a} \dot{V}_{a1} + \dot{a}^2 \dot{V}_{a2}
\end{aligned} \tag{4.31}$$

La ecuación (4.31) se puede escribir en forma matricial, tal como se muestra en la expresión (4.32):

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a}^2 & \dot{a} \\ 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} \end{bmatrix} \tag{4.32}$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \dot{a,b,c} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \dot{V} \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

donde $[T]$ es la matriz de transformación que permite obtener las componentes de fase abc a partir de las de secuencia 012 , cuyo valor es:

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \dot{a}^2 & \dot{a} \\ 1 & \dot{a} & \dot{a}^2 \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

La matriz de transformación $[T]$ es no singular y por lo tanto existe su inversa, de manera que es posible obtener las componentes de secuencia 012 a partir de las de fase abc . Pre-multiplicando (4.33) por la inversa de T , $[T]^{-1}$ se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \dot{V} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \dot{a,b,c} \\ \dot{V} \end{bmatrix} \tag{4.35}$$

en que:

$$[T]^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

y la ecuación (4.35) queda

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Las ecuaciones (4.32) y (4.37) son válidas también para las corrientes, es decir:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{a0} \\ \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \dot{I}_{a0} \\ \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

De la segunda ecuación de (4.38) se puede concluir que si en un sistema trifásico no existen conductor neutro o conexiones a tierra, o si el sistema está balanceado, la corriente de secuencia cero es nula

c. Potencia en función de los componentes simétricas: Si se conocen las componentes de secuencia de la corriente y tensión, se puede calcular directamente la potencia suministrada en un circuito trifásico a partir de dichas componentes.

La potencia compleja total transmitida en un circuito trifásico por 3 líneas; a, b y c viene dada por:

$$\dot{S} = P + jQ = \dot{V}_a I_a^* + \dot{V}_b I_b^* + \dot{V}_c I_c^* \quad (4.39)$$

en que $\dot{V}_a, \dot{V}_b$ y $\dot{V}_c$ son las tensiones respecto al neutro en los terminales e $\dot{I}_a, \dot{I}_b, \dot{I}_c$ las corrientes que entran al circuito por las tres líneas. Puede existir o no neutro.

Matricialmente se tiene:

$$\dot{S} = \begin{bmatrix} \dot{V}_a & \dot{V}_b & \dot{V}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a^* \\ \dot{I}_b^* \\ \dot{I}_c^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a, b, c \\ \dot{V} \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} a, b, c \\ \dot{I} \end{bmatrix}^* \quad (4.40)$$

Introduciendo (4.32) y (4.38) en (4.40) y haciendo las operaciones correspondientes se obtiene:

$$\dot{S} = 3 \left(\dot{V}_{a0} I_{a0}^* + \dot{V}_{a1} I_{a1}^* + \dot{V}_{a2} I_{a2}^* \right) \quad (4.41)$$

Es decir, esta transformación no es invariante a la potencia compleja.

4.5.2. Circuitos equivalentes de secuencia de los elementos componentes de un SEP

La aplicación del método de las componentes simétricas al cálculo de cortocircuitos asimétricos significa que cada componente del SEP se representa por tres circuitos equivalentes monofásicos, correspondiendo cada uno a una determinada secuencia. En cada uno de estos circuitos equivalentes las variables tensiones y corrientes corresponden a una misma secuencia y las impedancias asociadas a los

elementos reciben el nombre de impedancia a la secuencia que corresponde. Veremos a continuación, los circuitos equivalentes de secuencia de los elementos componentes del sistema.

a. Líneas: Las líneas se representan tal como se muestra en los circuitos de la Figura 4.17.

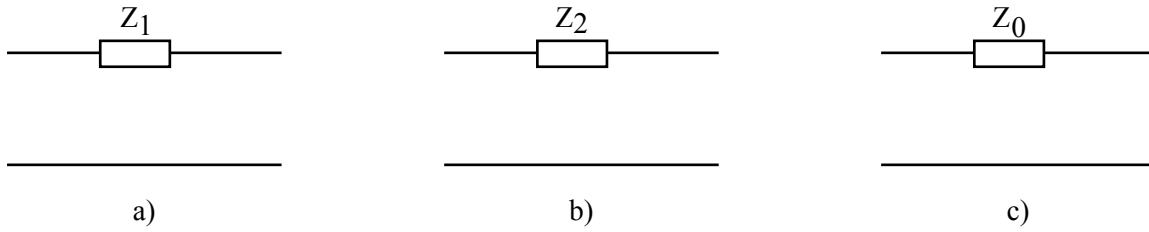


Figura 4.17.- Circuitos equivalentes de secuencia: a) Positiva; b) Negativa y c) cero, de líneas de transmisión

Generalmente: $Z_1 = Z_2 \neq Z_0$; ya que en secuencia cero es necesario considerar tanto el efecto del retorno por tierra, como el de los conductores de guardia, en caso que ellos existan, debido a que la corriente se reparte por ambos caminos

b. Generadores: Un generador de rotor cilíndrico operando en condiciones de carga balanceada y despreciando el efecto de la resistencia de sus enrollados, se puede representar según el circuito equivalente que se muestra en la Figura 4.18. Directamente de esta figura se puede escribir:

$$\begin{aligned}\dot{V}_a &= \dot{E}_a - jX_s \dot{I}_a \\ \dot{V}_b &= \dot{E}_b - jX_s \dot{I}_b \\ \dot{V}_c &= \dot{E}_c - jX_s \dot{I}_c\end{aligned}\quad (4.42)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E} \\ \dot{E} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I} \\ \dot{I} \end{bmatrix} \quad \text{con} \quad \begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{Z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} jX_s & 0 & 0 \\ 0 & jX_s & 0 \\ 0 & 0 & jX_s \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

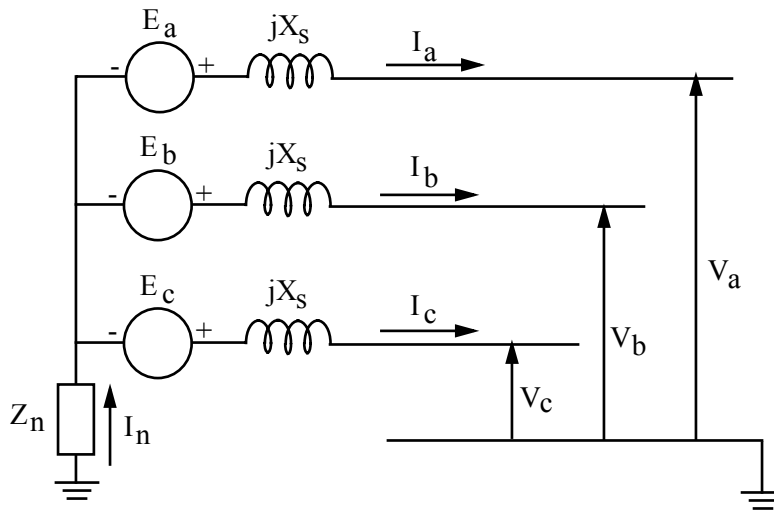


Figura 4.18.- Generador de rotor cilíndrico operando en condiciones balanceadas

El análisis de un generador operando en régimen permanente y con carga desbalanceada, es mucho más complicado que el caso anterior; sin embargo, sus ecuaciones de comportamiento tienen la misma forma, variando sólo en la matriz de impedancia. Se puede demostrar que en este caso:

$$\begin{bmatrix} a,b,c \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_{m1} & Z_{m2} \\ Z_{m2} & Z_s & Z_{m1} \\ Z_{m1} & Z_{m2} & Z_s \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

donde: Z_s , Z_{m1} y Z_{m2} son funciones complicadas de las inductancias propias y mutuas de todos los enrollados de la máquina. Esta matriz se puede transformar a una matriz de impedancia de secuencia, utilizando la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} a,b,c \\ Z \end{bmatrix} [T] \quad (4.45)$$

Introduciendo (4.44) en (4.45) y haciendo las operaciones respectivas se obtiene:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

donde:

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z_s + Z_{m1} + Z_{m2} \\ Z_1 &= Z_s + a^2 Z_{m1} + a Z_{m2} \\ Z_2 &= Z_s + a Z_{m1} + a^2 Z_{m2} \end{aligned} \quad (4.47)$$

Se observa que Z_0 , Z_1 y Z_2 son distintas y que no existe impedancia mutua entre las redes de secuencia, ya que los elementos fuera de la diagonal de la matriz de impedancia de secuencia son todos nulos. Esto significa, que las redes de secuencia resultan desacopladas.

La expresión (4.43) en componentes simétricas queda:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ E \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ I \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

Es decir:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{E}_{a0} \\ \dot{E}_{a1} \\ \dot{E}_{a2} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{a0} \\ \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

o bien:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{a0} &= \dot{E}_{a0} - Z_0 \dot{I}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{E}_{a1} - Z_1 \dot{I}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= \dot{E}_{a2} - Z_2 \dot{I}_{a2} \end{aligned} \quad (4.50)$$

Estas ecuaciones permiten representar el generador mediante tres circuitos monofásicos independientes (uno para cada secuencia). La Figura 4.19 muestra los circuitos equivalentes de secuencia de un generador síncrono, donde se ha considerado que, como ocurre normalmente, las tensiones generadas son equilibradas y por lo tanto:

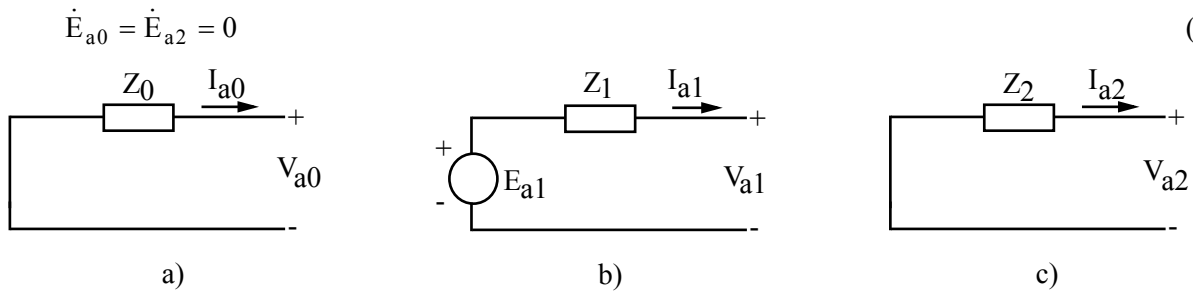


Figura 4.19.- Circuitos equivalentes de secuencia de un generador síncrono: a) Secuencia cero; b) secuencia positiva; c) secuencia negativa

Algunas observaciones:

- Las impedancias de secuencia Z_0 , Z_1 , Z_2 , de un generador se pueden calcular en forma analítica a partir de los parámetros fundamentales de la máquina; sin embargo, usualmente se determinan en forma experimental.
- La corriente de secuencia cero existirá sólo si el generador está puesto a tierra, directamente o a través de una impedancia.
- La barra de referencia para las redes de secuencia positiva y negativa es el neutro del generador ya que por la impedancia Z_n sólo circula corriente de secuencia cero (Figura 4.18). La barra de referencia para la red de secuencia cero es la tierra del generador.
- La corriente I_n es igual a $3 I_{a0}$, por lo tanto, la caída de tensión de secuencia cero entre una fase cualquiera y tierra es $-I_{a0}Z_0 - 3 I_{a0} Z_n$. Como la malla de secuencia cero es un circuito monofásico (por fase) por el que circula sólo la corriente de secuencia cero de una fase, debe tener una impedancia total de $3 Z_n + Z_0$. De lo anterior se puede inferir que habrá distintos tipos de mallas de secuencia cero, dependiendo de la conexión del generador, algunas de las cuales se muestran en la Figura 4.20.

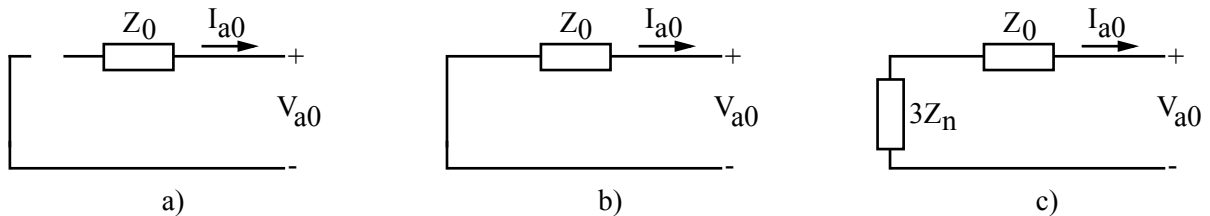


Figura 4.20.- Circuitos equivalentes de secuencia cero de un generador síncrono en conexión: a) Estrella aislada de tierra; b) Estrella a tierra directa; c) Estrella a tierra a través de una impedancia Z_n

c. Transformadores: Consideremos el circuito equivalente de Thevenin de un transformador trifásico de dos enrollados operando en condiciones balanceadas, que se muestra en la Figura 4.21.

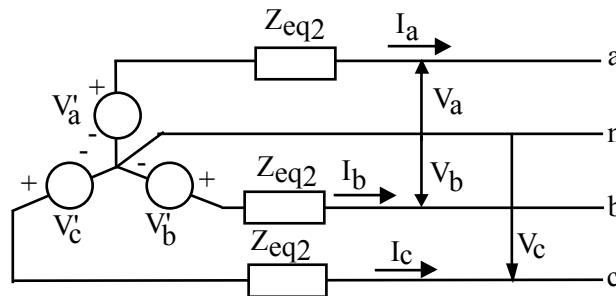


Figura 4.21.- Circuito equivalente de Thevenin de un transformador trifásico de dos enrollados

Z_{eq2} es la impedancia equivalente referida al secundario.

De la Figura 4.21 se puede escribir:

$$\begin{aligned}\dot{V}'_a - \dot{V}_a &= \dot{Z}_{eq2} \dot{I}_a \\ \dot{V}'_b - \dot{V}_b &= \dot{Z}_{eq2} \dot{I}_b \\ \dot{V}'_c - \dot{V}_c &= \dot{Z}_{eq2} \dot{I}_c\end{aligned}\quad (4.52)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} a',b',c' \\ \dot{V} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a,b,c \\ \dot{V} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a,b,c \\ Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a,b,c \\ \dot{I} \end{bmatrix}\quad (4.53)$$

en que, $\begin{bmatrix} a,b,c \\ Z \end{bmatrix}$ es la matriz de impedancia del transformador, definida como:

$$\begin{bmatrix} a,b,c \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{eq2} & 0 & 0 \\ 0 & Z_{eq2} & 0 \\ 0 & 0 & Z_{eq2} \end{bmatrix}\quad (4.54)$$

Cuando un transformador trifásico de dos enrollados opera con carga desbalanceada, no es posible emplear directamente la ecuación (4.45) para llevar la impedancia en componentes de fase, a componentes simétricas y de allí deducir los circuitos equivalentes de secuencia. Se puede verificar sin embargo, que los circuitos equivalentes de secuencia positiva y negativa son iguales entre sí y corresponden a los ya estudiados. En cambio, el circuito equivalente de secuencia cero depende del tipo de conexión de los enrollados primario y secundario y de la existencia o no, de neutros conectados a tierra en los enrollados. La impedancia de secuencia cero puede tener valores totalmente diferentes según sean los terminales del transformador que se consideren.

La Figura 4.22, ilustra el diagrama general necesario para determinar experimentalmente la impedancia de secuencia cero de un transformador trifásico de dos enrollados. Las líneas de segmentos corresponden al caso que existan neutros conectados a tierra.

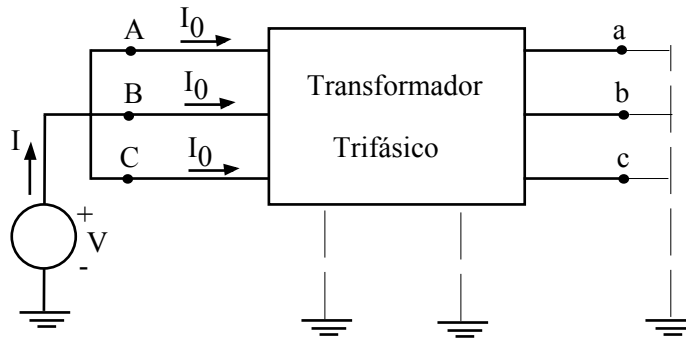


Figura 4.22.- Diagrama general para determinar la impedancia de secuencia cero

A partir de esta figura, la impedancia de secuencia cero es:

$$Z_0 = \frac{V}{I_0} = \frac{V}{I/3}\quad (4.55)$$

Tal como se señaló anteriormente, el valor de Z_0 puede ser diferente según se hagan las mediciones en el primario o secundario. La Figura 4.23 incluye una tabla con las mallas de secuencia cero asociadas a diferentes conexiones de transformadores trifásicos de dos y tres enrollados.

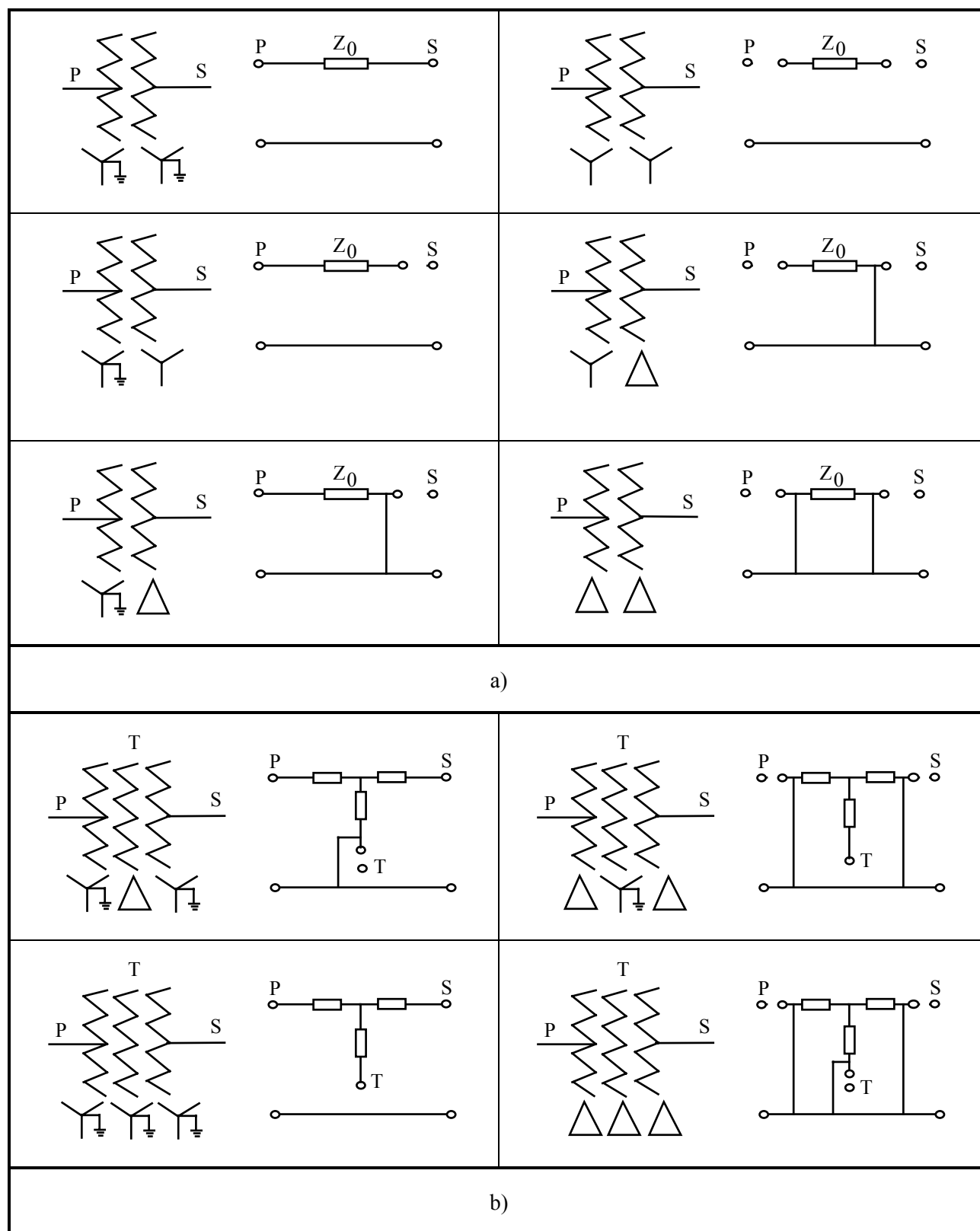


Figura 4.23.- Redes de secuencia cero de transformadores de a) dos y b) tres enrollados

d. Redes de secuencia: Un SEP balanceado se puede representar por tres redes de secuencia independientes entre sí (sin acoplamientos); una red de secuencia positiva, una red de secuencia negativa y una red de secuencia cero. Cada red de secuencia representa una fase del SEP y todas las impedancias corresponden a una determinada secuencia.

La red de secuencia positiva es la única que normalmente contendrá fuentes de fem, según lo expuesto. Por otra parte, teniendo presente las aproximaciones usuales que se realizan en los cálculos de cortocircuito; es decir, que las fem de todos los generadores se consideran iguales en módulo y ángulo de fase y que se desprecian las corrientes de prefalla, se concluye que en ausencia de cortocircuitos en el sistema no existirán corrientes en ninguna de las redes de secuencia. Por lo tanto las redes de secuencia negativa y cero, son totalmente pasivas antes de falla.

Para los efectos del cálculo de cortocircuitos asimétricos es necesario establecer para cada red de secuencia, su circuito equivalente de Thevenin mirado desde el punto de falla. Supongamos que se produce una falla en el punto F de un sistema y que los circuitos equivalentes de Thevenin corresponden a los indicados en la Figura 4.24, donde la tensión prefalla en F es $V_a(0)$. La corriente de falla en dicho punto tendrá en general componentes de secuencia positiva, negativa y cero. En estas condiciones circularán corrientes en todas las redes de secuencia y aparecerán tensiones en sus terminales. Esto significa que las 3 redes deben interconectarse en una forma que dependerá del tipo particular de falla y cuyos detalles veremos luego. La situación post-falla se puede ilustrar esquemáticamente como se muestra en la figura 4.24.

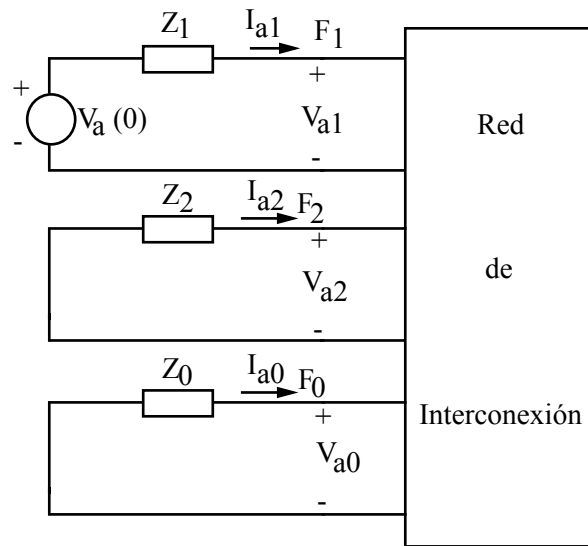


Figura 4.24.- Mallas de secuencia y red de interconexión

Directamente de esta figura se puede escribir:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{a0} &= 0 - Z_0 \dot{I}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_a(0) - Z_1 \dot{I}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= 0 - Z_2 \dot{I}_{a2} \end{aligned} \quad (4.56)$$

o bien:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{V}_a(0) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{a0} \\ \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Es decir:

$$\begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \mathbf{V}_F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \mathbf{V}(0) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,1,2 \\ \mathbf{I}_F \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

4.5.3. Análisis de algunos tipos de cortocircuito

4.5.3.1. Cortocircuito monofásico a tierra a través de una impedancia de falla Z_F

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.25 muestra en forma esquemática esta situación

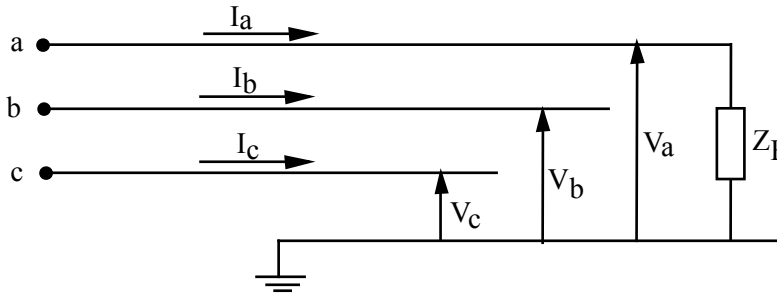


Figura 4.25.- Representación esquemática de un cortocircuito monofásico

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.25 se puede escribir

$$\begin{aligned} \dot{I}_b &= \dot{I}_c = 0 \\ \dot{V}_a &= Z_F \dot{I}_a \end{aligned} \quad (4.59)$$

- **Componentes simétricas:** Las componentes simétricas de las corrientes quedan:

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{a0} \\ \dot{I}_{a1} \\ \dot{I}_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

de donde se obtiene:

$$\dot{I}_{a0} = \dot{I}_{a1} = \dot{I}_{a2} = \frac{1}{3} \dot{I}_a \quad (4.61)$$

Para las componentes simétricas de los voltajes se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

y por lo tanto:

$$\dot{V}_{a0} + \dot{V}_{a1} + \dot{V}_{a2} = \dot{V}_a = Z_F \dot{I}_a \quad (4.63)$$

o bien, a partir de (4.61)

$$\dot{V}_{a0} + \dot{V}_{a1} + \dot{V}_{a2} = 3\dot{I}_{a0}Z_F = 3\dot{I}_{a1}Z_F = 3\dot{I}_{a2}Z_F \quad (4.64)$$

- **Conexión de las mallas:** A partir de (4.61) y (4.64), se deduce que las mallas de secuencia quedan conectadas en serie, tal como se muestra en la Figura 4.26.

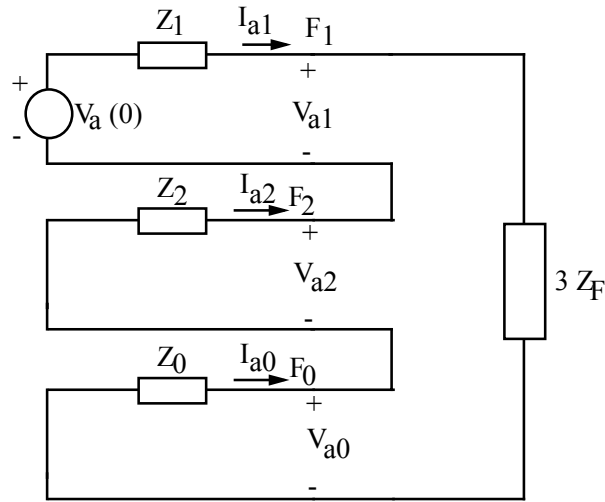


Figura 4.26.- Interconexión de las mallas de secuencia para una falla monofásica

Del circuito de la Figura 4.26 se tiene:

$$\dot{I}_{a0} = \dot{I}_{a1} = \dot{I}_{a2} = \frac{\dot{V}_a(0)}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_F} \quad (4.65)$$

Conocidas las corrientes de secuencia, se pueden determinar las corrientes de las fases, utilizando la primera ecuación de (4.38) y se obtiene:

$$\dot{I}_a = \frac{3\dot{V}_a(0)}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_F} \quad (4.66)$$

$$\dot{I}_b = \dot{I}_c = 0 \quad (4.67)$$

Para los voltajes de secuencia se puede escribir:

$$\begin{aligned} \dot{V}_{a0} &= -Z_0 \dot{I}_{a0} \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_a(0) - Z_1 \dot{I}_{a1} \\ \dot{V}_{a2} &= -Z_2 \dot{I}_{a2} \end{aligned} \quad (4.68)$$

y por lo tanto los voltajes de las fases quedan:

$$\dot{V}_a = \frac{3Z_F \dot{V}_a(0)}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_F} \quad (4.69)$$

$$\dot{V}_b = \frac{Z_0(a^2 - 1) + Z_2(a^2 - a) + 3a^2 Z_F}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_F} \dot{V}_a(0) \quad (4.70)$$

$$\dot{V}_c = \frac{Z_0(a - 1) + Z_2(a - a^2) + 3a Z_F}{Z_1 + Z_2 + Z_0 + 3Z_F} \dot{V}_a(0) \quad (4.71)$$

Si el cortocircuito es directo a tierra, basta con hacer $Z_F = 0$ en las expresiones (4.65) a (4.71).

4.5.3.2. Cortocircuito bifásico a tierra a través de una impedancia de falla Z_F

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.27 muestra esta situación

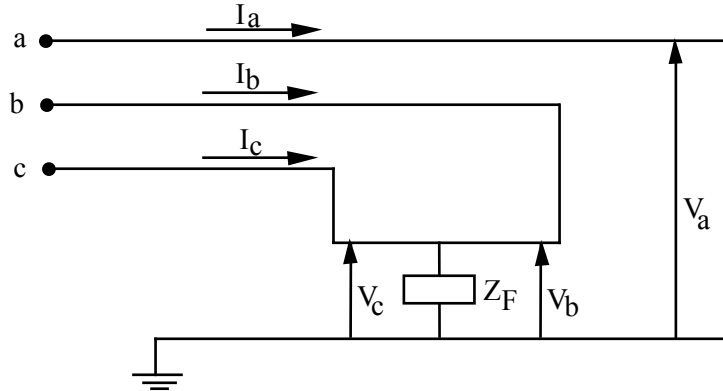


Figura 4.27.- Representación esquemática de un cortocircuito bifásico a tierra a través de una impedancia

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.27, se puede escribir:

$$\begin{aligned}\dot{I}_a &= 0 \\ \dot{V}_b &= \dot{V}_c = Z_F(\dot{I}_b + \dot{I}_c)\end{aligned}\quad (4.72)$$

- **Ecuaciones en componentes de secuencia:** Las componentes simétricas de las corrientes y de los voltajes quedan:

$$\begin{aligned}\dot{I}_{a0} + \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2} &= 0 \\ \dot{V}_{a0} &= 3 Z_F \dot{I}_{a0} + \dot{V}_{a1}\end{aligned}\quad (4.73)$$

- **Conexión de las mallas:** A partir de las ecuaciones (4.73), las mallas de secuencia quedan conectadas en paralelo, tal como se muestra en la Figura 4.28.

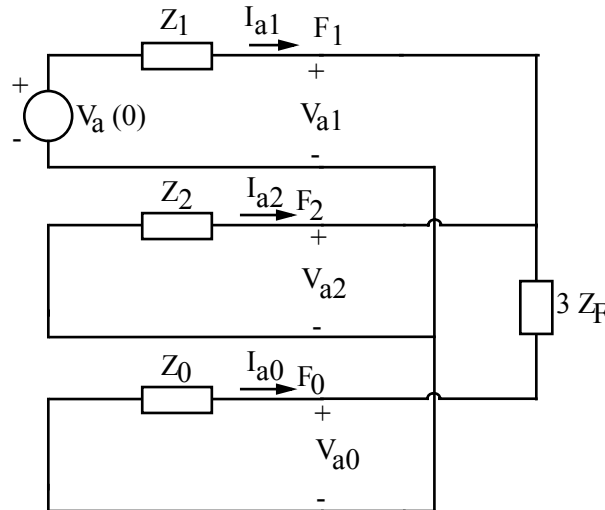


Figura 4.28.- Conexión de las mallas de secuencia para un cortocircuito bifásico a tierra

Haciendo $Z_F=0$ y $Z_F=\infty$ (infinito), en el circuito de la Figura 4.28, es posible modelar el cortocircuito bifásico a tierra directo y el cortocircuito bifásico aislado de tierra, respectivamente.

Ejemplo 4.3. En el sistema de la Figura 4.29, ocurre una falla bifásica a tierra en la barra 1, a través de una impedancia de falla $Z_F = j0,05$ (pu). Con las consideraciones usuales del cálculo de cortocircuitos y considerando que todos los datos en % están en base 100 MVA, determinar:

- Las corrientes de línea en Amperes, en el punto de falla
- Los voltajes entre líneas en kV, en el punto de falla
- Las corrientes de línea en Amperes en bornes de G_1 y de G_2

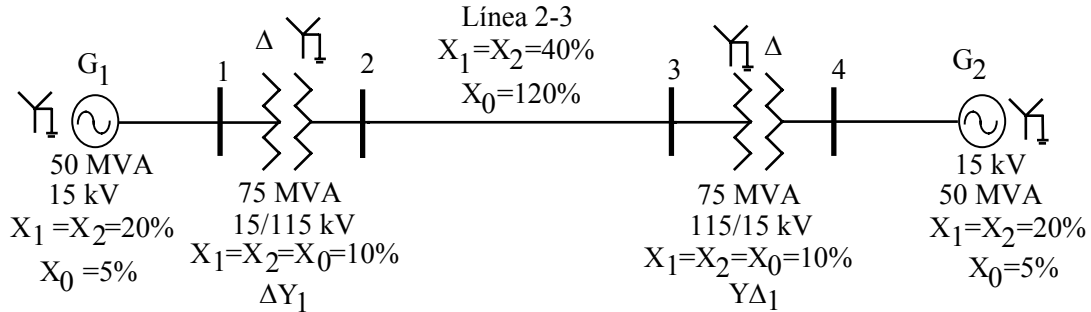


Figura 4.29

Solución:

Mallas de secuencia: Figuras 4.30 a 4.32

- Secuencia positiva

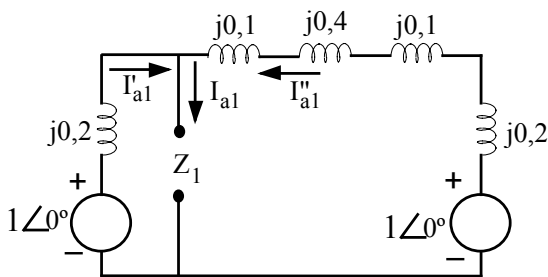


Figura 4.30

- Secuencia negativa

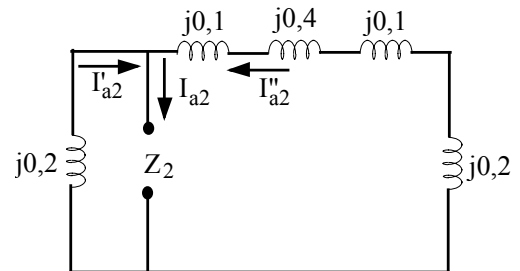


Figura 4.31

- Secuencia cero

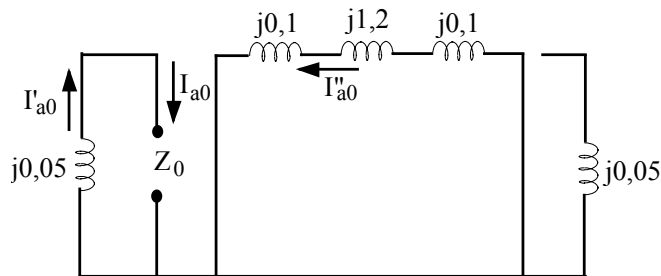


Figura 4.32

De la Figura 4.33 y a partir de las condiciones de prefalla se tiene que: $V_a(0) = 1\angle 0^\circ$

Las impedancias Z_1 , Z_2 y Z_0 corresponden a las impedancias de Thevenin de las respectivas mallas de secuencia. Sus valores son: $Z_1 = Z_2 = j0,16$ y $Z_0 = j0,05$.

- Interconexión de las mallas

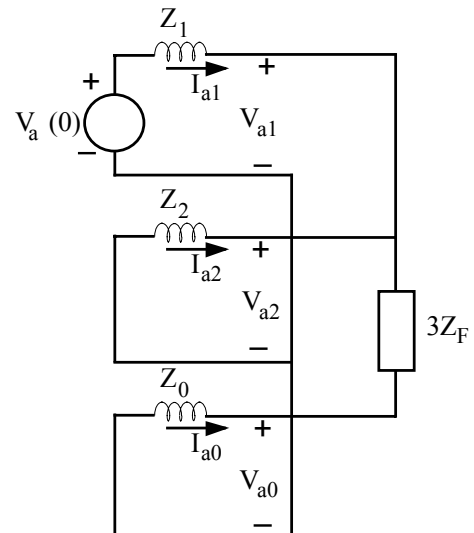


Figura 4.33

a) Corrientes de línea en el punto de falla

a1) Corrientes de secuencia: A partir del circuito de la Figura 4.33 se obtiene:

$$\dot{I}_{a1} = \frac{1\angle 0^\circ}{j0,16 + \frac{j0,16 * j0,2}{j(0,16 + 0,2)}} = 4,0179\angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{a2} = -\dot{I}_{a1} * \frac{j0,2}{j(0,2 + 0,16)} = 2,2322\angle 90^\circ$$

$$\dot{I}_{a0} = -\dot{I}_{a1} * \frac{j0,16}{j(0,2 + 0,16)} = 1,7857\angle 90^\circ$$

a2) Corrientes de línea en (pu): Utilizando la matriz de transformación [T]

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,7857\angle 90^\circ \\ 4,0179\angle -90^\circ \\ 2,2322\angle 90^\circ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_a \\ \dot{I}_b \\ \dot{I}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6,0392\angle 153,67^\circ \\ 6,0392\angle 26,33^\circ \end{bmatrix}$$

a3) Corrientes de línea en Amperes (sector 1):

$$I_{B1} = \frac{100 * 10^6}{\sqrt{3} * 15 * 10^3} = 3.849 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_a = 0; \quad \dot{I}_b = 23.244,88\angle 153,67^\circ \text{ A}; \quad \dot{I}_c = 23.244,88\angle 26,33^\circ \text{ A}$$

b) Voltajes entre líneas en el punto de falla

b1) Voltajes de secuencia: A partir de la Figura 4.33 se tiene que:

$$\dot{V}_{a1} = 1\angle 0^\circ - j0,16 * 4,0179\angle -90^\circ = 0,3571\angle 0^\circ = \dot{V}_{a2}$$

$$\dot{V}_{a0} = -j0,05 * 1,7857\angle 90^\circ = 0,08929\angle 0^\circ$$

b2) Tensiones fase neutro: Utilizando la matriz de transformación [T]

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,08929\angle 0^\circ \\ 0,3571\angle 0^\circ \\ 0,3571\angle 0^\circ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,8035\angle 0^\circ \\ 0,2678\angle -180^\circ \\ 0,2678\angle -180^\circ \end{bmatrix}$$

b3) Voltajes entre líneas en (pu)

$$\dot{V}_{ab} = \dot{V}_a - \dot{V}_b = 0,8035\angle 0^\circ - 0,2678\angle -180^\circ = 1,0713\angle 0^\circ$$

$$\dot{V}_{bc} = \dot{V}_b - \dot{V}_c = 0$$

$$\dot{V}_{ca} = \dot{V}_c - \dot{V}_a = 0,2678\angle -180^\circ - 0,8035\angle 0^\circ = 1,0713\angle 180^\circ$$

b4) Voltajes entre líneas en kV: Considerando que en ese sector (sector 1), $V_{B1}=15 \text{ kV}$, el voltaje base por fase será de $15/\sqrt{3} \text{ kV}$, por lo tanto:

$$\dot{V}_{ab} = 1,0713\angle 0^\circ * 15/\sqrt{3} = 9,2777\angle 0^\circ \text{ kV}; \quad \dot{V}_{bc} = 0; \quad \dot{V}_{ca} = 9,2777\angle 180^\circ \text{ kV}$$

c) Corrientes de línea en bornes de G_1 y G_2

c1) Corrientes de secuencia en bornes de G_1 : De los circuitos de las Figura 4.30 a 4.32, se obtienen:

$$\dot{I}_{a1G1} = \dot{I}'_{a1} = 4,0179 \angle -90^\circ * \frac{j0,8}{j(0,8 + 0,2)} = 3,2143 \angle -90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{a2G1} = \dot{I}'_{a2} = 2,2322 \angle 90^\circ * \frac{j0,8}{j(0,8 + 0,2)} = 1,7858 \angle 90^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{a0G1} = \dot{I}'_{a0} = 1,7857 \angle 90^\circ \text{ (pu)}$$

c2) Corrientes de línea en bornes de G_1 : Aplicando la matriz de transformación se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{aG1} \\ \dot{I}_{bG1} \\ \dot{I}_{cG1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1,7857 \angle 90^\circ \\ 3,2143 \angle -90^\circ \\ 1,7858 \angle 90^\circ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_{aG1} \\ \dot{I}_{bG1} \\ \dot{I}_{cG1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,3572 \angle 90^\circ \\ 5 \angle 150^\circ \\ 5 \angle 30^\circ \end{bmatrix}$$

c3) Corrientes de línea en Amperes en bornes de G_1 (sector 1):

$$I_{B1} = \frac{100 * 10^6}{\sqrt{3} * 15 * 10^3} = 3.849 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_{aG1} = 1.374,86 \angle 90^\circ; \quad \dot{I}_{bG1} = 19.245 \angle 150^\circ \text{ A}; \quad \dot{I}_{cG1} = 19.245 \angle 30^\circ \text{ A}$$

c4) Corrientes de secuencia en bornes de G_2 : De los circuitos de la Figura 4.30 a 4.32, se obtienen:

$$\dot{I}_{a1G2} = \dot{I}''_{a1} \angle -60^\circ = 4,0179 \angle -90^\circ * \frac{j0,2}{j(0,8 + 0,2)} \angle -60^\circ = 0,8036 \angle -150^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{a2G2} = \dot{I}''_{a2} \angle 60^\circ = 2,2322 \angle 90^\circ * \frac{j0,2}{j(0,8 + 0,2)} \angle 60^\circ = 0,4464 \angle 150^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{a0G2} = \dot{I}'''_{a0} = 0$$

c5) Corrientes de línea en bornes de G_2 : Aplicando la matriz de transformación se tiene

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{aG2} \\ \dot{I}_{bG2} \\ \dot{I}_{cG2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0,8036 \angle -150^\circ \\ 0,4464 \angle 150^\circ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{I}_{aG2} \\ \dot{I}_{bG2} \\ \dot{I}_{cG2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,09717 \angle -170,63^\circ \\ 0,3572 \angle 90^\circ \\ 1,09717 \angle -9,37^\circ \end{bmatrix}$$

c6) Corrientes de línea en Amperes en bornes de G_2 (sector 3)

$$I_{B3} = \frac{100 * 10^6}{\sqrt{3} * 15 * 10^3} = 3.849 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_{aG2} = 4.223 \angle -170,63^\circ; \quad \dot{I}_{bG2} = 1.374,86 \angle 90^\circ \text{ A}; \quad \dot{I}_{cG2} = 4.223 \angle -9,37^\circ \text{ A}$$

4.5.3.3. Cortocircuito entre dos fases a través de una impedancia de falla

Este tipo de falla es muy poco frecuente y produce sobrecorrientes inferiores a las de los otros tipos de corcircuitos, por lo que sólo se calcula en casos excepcionales. Sin embargo, su análisis resulta interesante ya que es idéntico al de una carga conectada entre dos fases (carga bifásica).

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.34 muestra esta situación

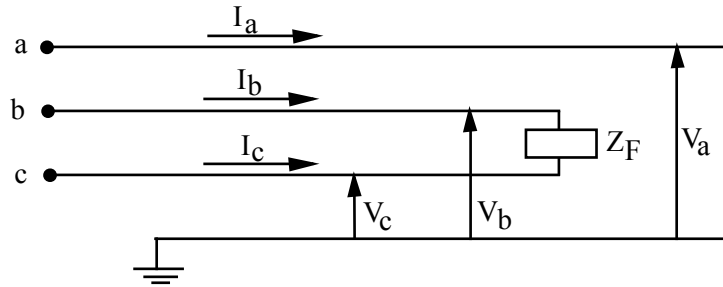


Figura 4.34.- Representación esquemática de un cortocircuito entre dos fases

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.34, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= 0 & \dot{I}_b + \dot{I}_c &= 0 \\ \dot{V}_b &= \dot{V}_c + Z_F \dot{I}_b \end{aligned} \quad (4.74)$$

- **Ecuaciones en componentes de secuencia:** Las componentes simétricas de las corrientes y de los voltajes quedan:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{a0} &= 0 \\ \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2} &= 0 \\ \dot{V}_{a1} &= \dot{V}_{a2} + Z_F \dot{I}_{a1} \end{aligned} \quad (4.75)$$

- **Conexión de las mallas:** Las ecuaciones (4.75) nos indican que la malla de secuencia cero no interviene y que las mallas de secuencia positiva y negativa quedan conectadas en paralelo, según se muestra en la Figura 4.35

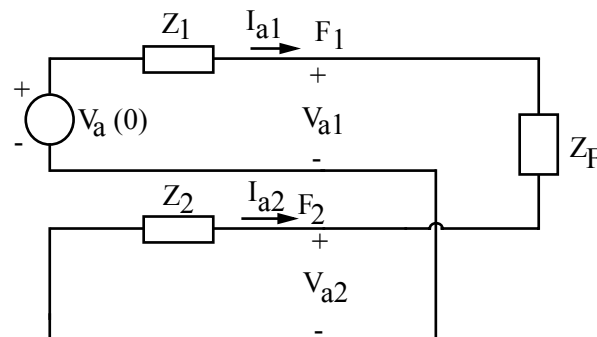


Figura 4.35.- Conexión de las mallas de secuencia para un cortocircuito entre dos fases

4.5.3.4. Observaciones finales respecto a los cortocircuitos asimétricos

- Las corrientes y tensiones de secuencia calculadas corresponden sólo al punto de falla, no a otro. Para calcular las corrientes y tensiones en otros puntos distintos, se debe resolver los respectivos circuitos.
- Los cortocircuitos asimétricos pueden producir sobre tensiones en las fases no falladas, las que dependen de la relación entre X_0 y X_1 y de la existencia o no de impedancia de falla.
- Para limitar los valores de corriente de cortocircuito de las fallas a tierra se utilizan impedancias entre el neutro y tierra, las que pueden ser de tipo resistiva pura o reactiva pura.
- En aquellas partes del sistema que estén separadas del punto de falla por transformadores Y/Δ o viceversa, se deben considerar los desfases de las componentes simétricas de las corrientes y de los voltajes, introducidos por la conexión del transformador.

4.6. Fases abiertas

4.6.1. Introducción

Las fallas de conductor abierto o las fases abiertas, son los defectos producidos por la interrupción de una o más fases, sin contacto simultáneo con otras fases o tierra. Aunque no producen corrientes elevadas, provocan la circulación de corrientes de secuencia (en especial negativa) que son peligrosas para los equipos por el fuerte calentamiento que pueden originar.

A primera vista, el cálculo empleando componentes simétricos se ve complicado por el hecho de que las fallas implican una asimetría en las impedancias del sistema, lo que haría necesario considerar los acoplamientos entre mallas de secuencia.

El problema se resuelve aplicando a las mallas de secuencia, supuestas independientes y sin impedancias mutuas, las condiciones eléctricas impuestas por la falla. Como las condiciones impuestas a las tres mallas están relacionadas entre sí, ello equivale a interconectar las mallas en el punto de falla, en una forma fijada por el tipo de falla.

El fenómeno que sigue a la aparición de la falla es transiente, donde las corrientes máximas se producen en el instante inicial. Normalmente interesa determinar lo que ocurre al cabo de algunos ciclos de iniciada la falla (operación de las protecciones, apertura de interruptores, etc.), por lo que en secuencia positiva, los generadores se representan por la fem E' y la reactancia transitoria X_1' . Sólo cuando interesa verificar los esfuerzos electrodinámicos de los equipos o al especificar interruptores, se considera E'' tras X_1'' .

Una dificultad preliminar en el estudio de este tipo de fallas será entonces la de calcular las fem E' (o E''), a partir de las condiciones de operación existentes antes de la falla.

Dada la simetría longitudinal de estas fallas, se acostumbra usar como variables de cálculo, las caídas longitudinales de tensión $\Delta\dot{V}_a, \Delta\dot{V}_b$ y $\Delta\dot{V}_c$ entre los bornes P y Q de la zona en falla y las corrientes en las fases: $\dot{I}_a, \dot{I}_b$ e $\dot{I}_c$ tal como se indica en la Figura 4.36.

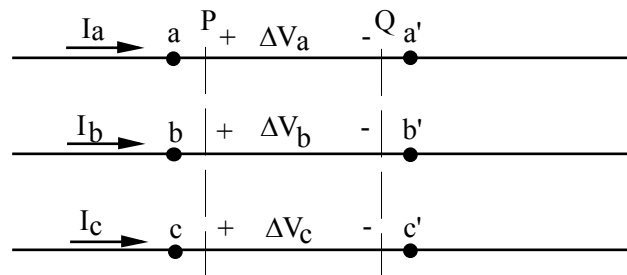


Figura 4.36.- Modelación de fallas tipo fases abiertas

Para evitar la aparición de razones de transformación no reales (a, a^2 , etc.) en las ecuaciones de conexión, es preciso mantener en el análisis una simetría respecto a la fase de referencia a , por lo que la falla monofásica se supone en la fase a y la bifásica en las fases b y c .

4.6.2. Una fase abierta

Esta situación se presenta, por ejemplo, cuando se emplean elementos de apertura que controlan individualmente cada una de las fases (fusibles o interruptores de accionamiento monopolar). A veces ocurre también al cortarse un conductor y quedar suspendido de tal forma de no hacer contacto con otra fase o tierra.

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.37 muestra esta situación

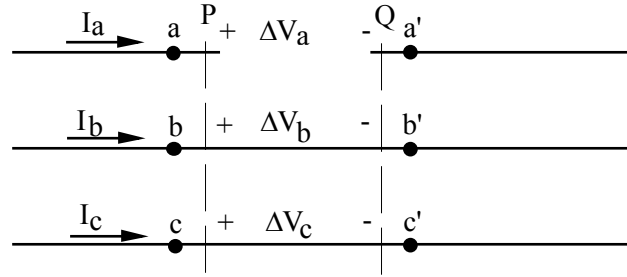


Figura 4.37.- Representación esquemática de una falla de una fase abierta

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.37, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= 0 \\ \Delta \dot{V}_b &= \Delta \dot{V}_c = 0 \end{aligned} \quad (4.76)$$

Es decir:

$$\begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}'_a = 0 \\ \dot{I}_b &= \dot{I}'_b \quad \dot{I}_c = \dot{I}'_c \\ \dot{V}_b - \dot{V}'_b &= \dot{V}_c - \dot{V}'_c = 0 \end{aligned} \quad (4.77)$$

- **Ecuaciones en componentes de secuencia:** Las componentes simétricas de las corrientes y de las caídas de voltajes quedan:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{a0} + \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2} &= 0 \\ \Delta \dot{V}_{a0} &= \Delta \dot{V}_{a1} = \Delta \dot{V}_{a2} = \frac{1}{3} \Delta \dot{V}_a \end{aligned} \quad (4.78)$$

- **Conexión de las mallas:** A partir de (4.78), se puede concluir que las mallas de secuencia quedan conectadas en paralelo entre los puntos P y Q, tal como se indica en la Figura 4.38.

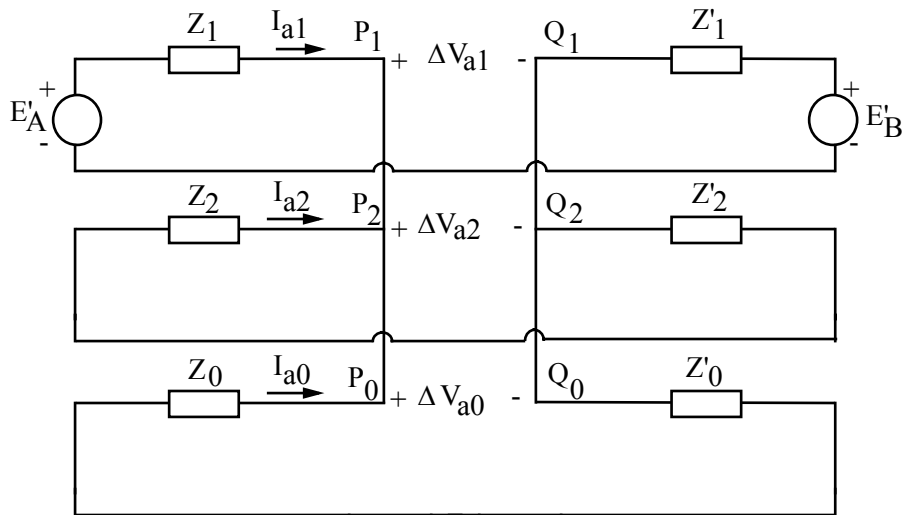


Figura 4.38.- Conexión de las mallas de secuencia para una falla de una fase abierta

Puesto que las mallas de secuencia negativa y cero son pasivas, su efecto es el de intercalar una impedancia:

$$Z_{20pq} = \frac{Z_{2pq} Z_{0pq}}{Z_{2pq} + Z_{0pq}} = \frac{(Z_2 + Z'_2)(Z_0 + Z'_0)}{(Z_2 + Z'_2) + (Z_0 + Z'_0)} \quad (4.79)$$

entre los bornes P y Q de la malla de secuencia positiva. Por lo tanto, aumenta la impedancia serie de la malla de secuencia positiva, lo que significa que se reduce la corriente y en consecuencia, la potencia activa transmitida. En algunos casos particulares y, debido a las conexiones de los transformadores vecinos a P y Q, puede resultar que $Z_{0pq} = \infty$, en cuyo caso aumenta aún mas la impedancia serie agregada a la malla de secuencia positiva, haciendo que la disminución de potencia transmitida sea mayor.

Es conveniente indicar que Z_{0pq} y Z_{2pq} son las impedancias equivalentes vistas en esas mallas, desde los bornes P y Q.

Ejemplo 4.4. En el sistema de la Figura 4.39, se abre la fase “a” en la barra 3 cuando el motor M está recibiendo el 80% de su potencia nominal, con su tensión nominal en bornes, Factor de Potencia 0,8 inductivo. Calcular la potencia recibida por el motor (kVA) y las corrientes en los neutros de los transformadores en estas condiciones. Datos en % en base común 1.250 kVA.

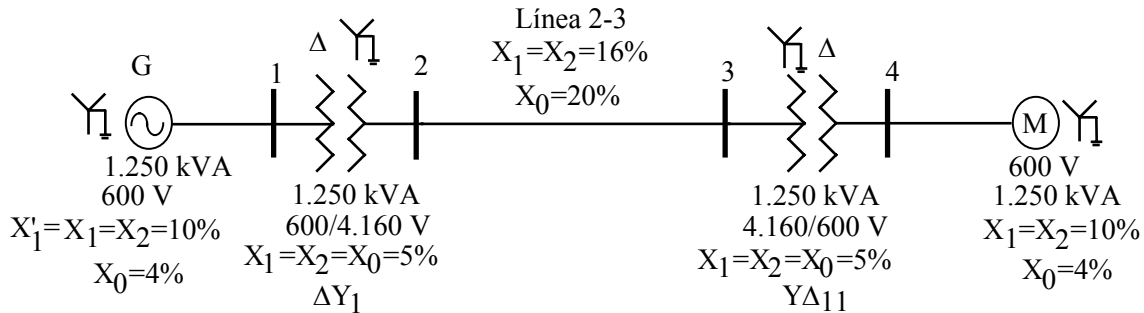


Figura 4.39

Solución:

a) Condiciones de prefalla: El circuito equivalente por fase se muestra en la Figura 4.40

Del Circuito de la Figura 4.14 se tiene:

$$\dot{I} = \left[\frac{S}{V_M} \right]^* = \frac{0,8 \angle -\cos^{-1} 0,8}{1 \angle 0^\circ} = 0,8 \angle -36,87^\circ$$

$$\dot{E}_G = 1 \angle 0^\circ + j0,36 * 0,8 \angle -36,87^\circ = 1,1952 \angle 11,11^\circ$$

$$\dot{E}_M = 1 \angle 0^\circ - j0,1 * 0,8 \angle -36,87^\circ = 0,9541 \angle -3,85^\circ$$

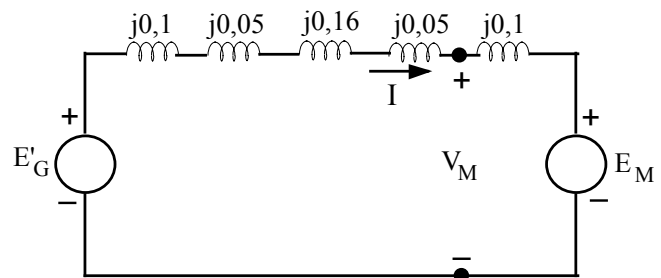


Figura 4.40

b) Condiciones de falla: Como se abre una sola fase las mallas de secuencia quedan en paralelo y se muestran en la Figura 4.41. A partir de este circuito se tiene:

$$X_{20} = \frac{0,46 * 0,3}{0,46 + 0,3} = 0,1816$$

$$\dot{I}_{a1M} = \frac{1,1952 \angle 11,11^\circ - 0,9541 \angle -3,85^\circ}{j(0,31 + 0,1816 + 0,15)} \Rightarrow \dot{I}_{a1M} = 0,5736 \angle -36,87^\circ$$

$$\Delta \dot{V} = \dot{I}_{a1} * X_{20} = 0,5736 \angle -36,87^\circ * 0,1816 \angle 90^\circ$$

$$\Delta \dot{V} = 0,1042 \angle 53,13^\circ$$

$$\dot{I}_{a2M} = -\frac{\Delta \dot{V}}{X_2} = -\frac{0,1042 \angle 53,13^\circ}{j0,46} = 0,2265 \angle 143,13^\circ$$

$$\dot{I}_{a0M} = 0 \Rightarrow \dot{V}_{a0M} = 0$$

$$\dot{V}_{a1M} = j0,1 * 0,5736 \angle -36,87^\circ + 0,9541 \angle -3,85^\circ$$

$$\dot{V}_{a1M} = 0,9865 \angle -1,06^\circ$$

$$\dot{V}_{a2M} = j0,1 * 0,2265 \angle 143,13^\circ = 0,02265 \angle -126,87^\circ$$

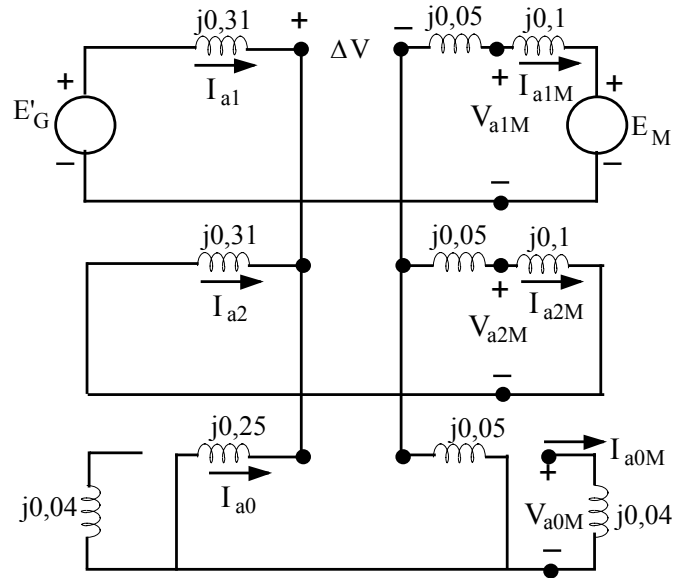


Figura 4.41

c) Potencia que llega al motor en estas condiciones

$$\dot{S}_{3f} = 3(\dot{V}_{a0} * \dot{I}_{a0}^* + \dot{V}_{a1} * \dot{I}_{a1}^* + \dot{V}_{a2} * \dot{I}_{a2}^*)$$

$$\dot{S}_{3f} = 3(0 + 0,9865 \angle -1,06^\circ * 0,5736 \angle 36,87^\circ + 0,02265 \angle -126,87^\circ * 0,2265 \angle -143,13^\circ)$$

$$\dot{S}_{3f} = 1,7067 \angle 36,23^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{S}_{3f} = 1,7067 \angle 36,23^\circ * \frac{1.250}{3} = 711,125 \angle 36,23^\circ \text{ kVA}$$

$$\dot{S}_{3f} = (573,63 + j420,29) \text{ kVA}$$

d) Corrientes en los neutros de los transformadores en pu

$$\dot{I}_{a0} = \frac{\Delta \dot{V}}{j0,3} = \frac{0,1042 \angle 53,13^\circ}{j0,3} = 0,3473 \angle -36,87^\circ \text{ (pu)}$$

$$\dot{I}_{NT} = 3 * \dot{I}_{a0} = 3 * 0,3473 \angle -36,87^\circ = 1,0419 \angle -36,87^\circ \text{ (pu)}$$

d) Corrientes en los neutros de los transformadores en Amperes

$$I_B = \frac{1.250 * 10^3}{\sqrt{3} * 4.160} = 173,48 \text{ A} \Rightarrow \dot{I}_{NT} = 1,0419 \angle -36,87^\circ * 173,48 = 180,75 \angle -36,87^\circ \text{ A}$$

4.6.3. Dos fases abiertas

Esta situación se presenta en los mismos casos que una fase abierta, pero con una frecuencia menor.

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.42 muestra esta situación

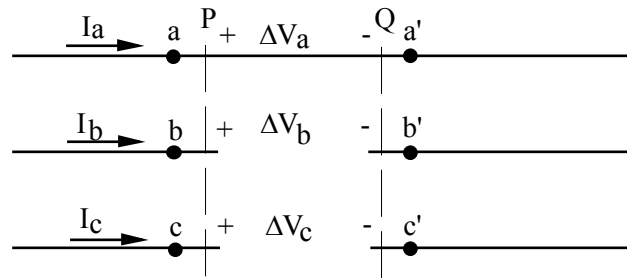


Figura 4.42.- Representación esquemática de una falla de dos fases abiertas

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.42, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \dot{I}_b = \dot{I}_c = \dot{I}'_b = \dot{I}'_c &= 0 \\ \dot{I}_a &= \dot{I}'_a \\ \Delta \dot{V}_a = 0 &\Rightarrow \dot{V}_a - \dot{V}'_a = 0 \end{aligned} \quad (4.80)$$

- **Ecuaciones en componentes de secuencia:** Las componentes simétricas de las corrientes y de las caídas de voltajes quedan:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{a0} = \dot{I}_{a1} = \dot{I}_{a2} \\ \Delta \dot{V}_{a0} + \Delta \dot{V}_{a1} + \Delta \dot{V}_{a2} &= 0 \end{aligned} \quad (4.81)$$

- **Conexión de las mallas:** A partir de (4.81), se concluye que las mallas de secuencia quedan conectadas en serie tal como se indica en la Figura 4.43.

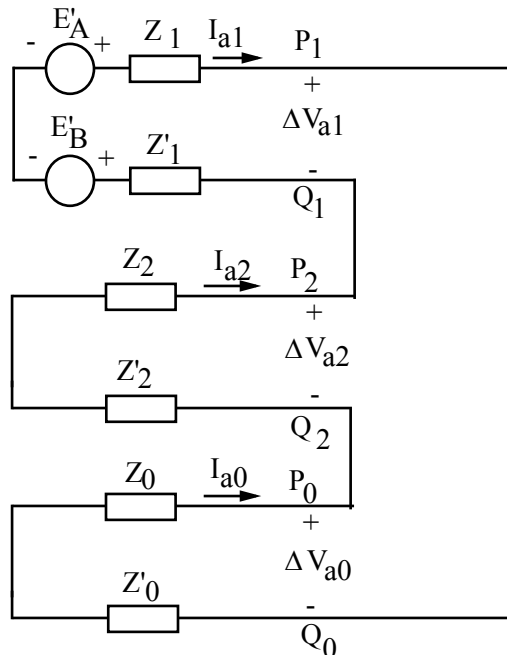


Figura 4.43.- Conexión de las mallas de secuencia para una falla de una fase abierta

De acuerdo con el circuito de la Figura 4.43, este tipo de falla equivale a intercalar una impedancia:

$$Z_{20pq} = Z_{2pq} + Z_{0pq} = (Z_2 + Z'_2) + (Z_0 + Z'_0) \quad (4.82)$$

entre estos bornes P_1 y Q_1 de la malla de secuencia positiva. Con ello se reduce la potencia activa transmitida en el sistema, en una cantidad mayor que para el caso de una fase abierta, ya que la impedancia es mas alta. Nótese que la transmisión se interrumpe totalmente si $Z_{0pq} = \infty$, es decir, si el sistema no está puesto a tierra.

4.6.4. Impedancias serie desequilibradas

Un efecto similar, aunque menos grave que el de una o dos fases abiertas, produce la conexión de una impedancia anormal en una de las fases. Es una situación que se presenta, por ejemplo, en el caso de reemplazar temporalmente una unidad monofásica defectuosa en un banco de transformadores, por otra de características diferentes, donde dos de las fases tendrán el mismo valor en su impedancia serie, el que será distinto al de la tercera. Otra situación de interés práctico se presenta cuando, debido a un cortocircuito monofásico a tierra en una línea trifásica, se desconecta la fase fallada por acción de los interruptores (monopolares) que protegen el tramo, que corresponde al caso de una fase abierta en dos puntos.

- **Diagrama esquemático:** La Figura 4.44 muestra esta situación

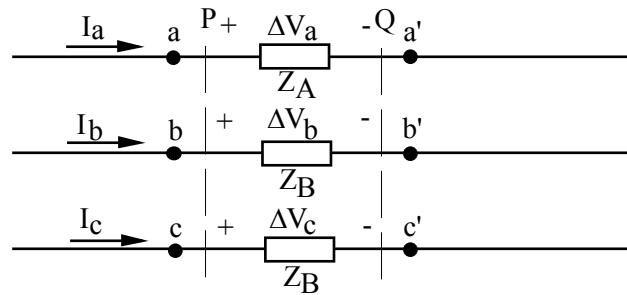


Figura 4.44.- Impedancias series desequilibradas

- **Condiciones impuestas por la falla:** A partir de la Figura 4.44, se puede escribir:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_a &= Z_A \dot{I}_a \\ \Delta \dot{V}_b &= Z_B \dot{I}_b \\ \Delta \dot{V}_c &= Z_B \dot{I}_c \end{aligned} \quad (4.83)$$

- **Ecuaciones en componentes de secuencia:** Las componentes simétricas de las corrientes y de las caídas de voltajes quedan:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{V}_{a0} - Z_B \dot{I}_{a0} &= \frac{1}{3} (Z_A - Z_B) (\dot{I}_{a0} + \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2}) \\ \Delta \dot{V}_{a1} - Z_B \dot{I}_{a1} &= \frac{1}{3} (Z_A - Z_B) (\dot{I}_{a0} + \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2}) \\ \Delta \dot{V}_{a2} - Z_B \dot{I}_{a2} &= \frac{1}{3} (Z_A - Z_B) (\dot{I}_{a0} + \dot{I}_{a1} + \dot{I}_{a2}) \end{aligned} \quad (4.84)$$

- **Conexión de las mallas:** Considerando las ecuaciones (4.84), las mallas de secuencia quedan conectadas en paralelo, tal como se indica en la Figura 4.45.

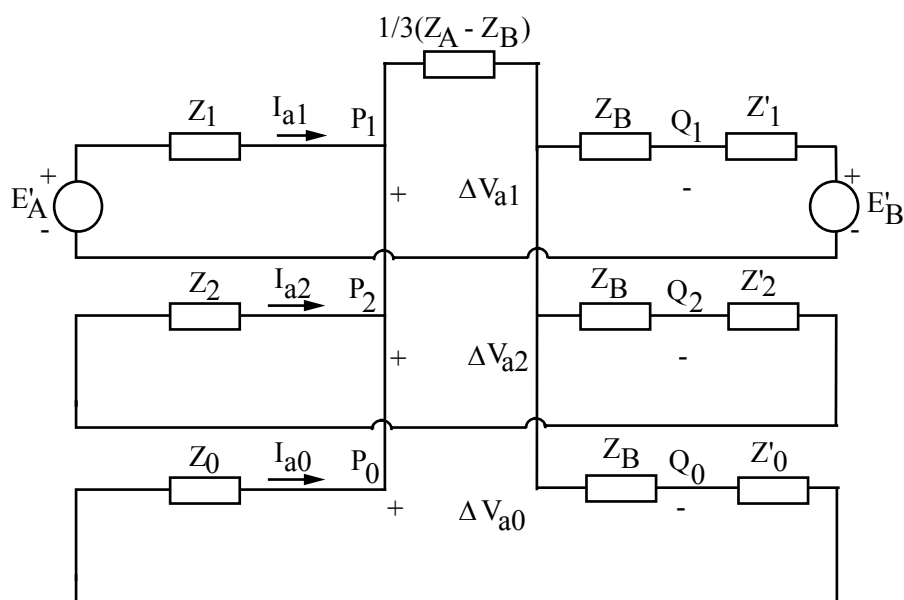


Figura 4.45.- Conexión de las mallas de secuencia cuando se tiene impedancias serie desequilibrada

Para la transferencia de potencia activa, la conexión de las mallas de secuencia en esta forma, equivale a intercalar en la malla de secuencia positiva, la combinación de impedancias Z_B en serie con el paralelo de $1/3(Z_A - Z_B)$ con $(Z_{2pq} + Z_B)$ y con $(Z_{0pq} + Z_B)$.

Si $Z_A = \infty$ y $Z_B = 0$, se tiene el caso de una fase abierta en un punto.

Si $Z_A = 0$ y $Z_B = \infty$, se obtiene el caso de dos fases abiertas, pero para llegar a las relaciones ya vistas hay que calcular primero el equivalente de las impedancias en paralelo, antes de hacer tender Z_B a ∞ .

Si $Z_A = \infty$ y Z_B corresponde a las respectivas impedancias de secuencia del tramo, se tiene el caso de una fase abierta en dos puntos.

Problemas propuestos

4.1. Un generador de 65 MVA, 15,5 kV, conectado en estrella alimenta el primario de un transformador de 65 MVA, 15,5/120 kV, conexión Δ/Y . La reactancia subtransiente del generador es de 0,12 (pu) y la reactancia del transformador es 0,1 (pu), ambas en base 65 MVA.

- Estando el generador en vacío se produce un cortocircuito trifásico simétrico en los terminales del secundario del transformador. Suponiendo que la tensión interna del generador es 1,0 (pu), determinar la corriente de falla subtransiente y el máximo valor posible de la componente de corriente continua.
- Se conecta una carga impedancia trifásica balanceada en los terminales del secundario del transformador, de valor $(0,8 + j0,6)$ (pu) en base 65 MVA, cuando la tensión en bornes del generador es la nominal. Posteriormente se produce un cortocircuito trifásico simétrico en los terminales de la carga. Determinar la corriente subtransiente de falla en el generador incluyendo la corriente de prefalla.

4.2. En el sistema de la Figura 4.46, todos los datos en por unidad, están en base común. Determinar las corrientes en cada una de las líneas y en los generadores, cuando ocurre un cortocircuito trifásico simétrico a través de una impedancia $Z_F = j0,04$ (pu) en la barra 1, estando el sistema en vacío, utilizando:

- El método tradicional (Thevenin)
- El método general (Matricial)

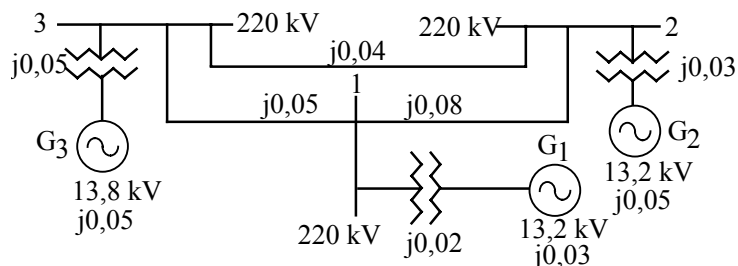


Figura 4.46

4.3. Repetir el Problema 4.2 considerando un cortocircuito trifásico simétrico:

- En la barra 2.
- En la barra 3.

4.4. En el sistema de la Figura 4.47, todos los parámetros están en tanto por unidad, en una base común. Para un cortocircuito trifásico directo en la barra 3 y utilizando el método general, (matricial); determinar los voltajes en todas las barras, las corrientes en las líneas y las corrientes en los generadores. Suponer que el sistema está en vacío antes de producirse la falla.

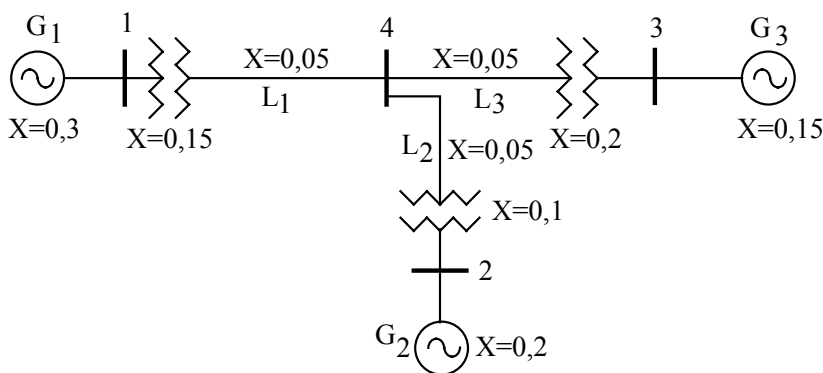


Figura 4.47

4.5. En el sistema de la Figura 4.48 ocurre un cortocircuito monofásico a tierra en la barra de 13,2 kV. Con las aproximaciones usuales del cálculo de cortocircuitos, determinar:

- $\dot{I}_a, \dot{I}_b$ e $\dot{I}_c$ (A) en el punto de falla.
- $\dot{I}_a, \dot{I}_b$ e $\dot{I}_c$ (A) en barra de 220 kV
- $\dot{I}_a, \dot{I}_b$ e $\dot{I}_c$ (A) en bornes de G.
- $\dot{V}_a, \dot{V}_b$ y $\dot{V}_c$ (kV) en bornes de G.

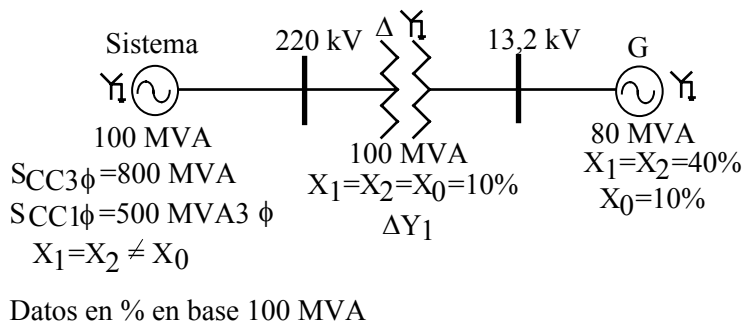


Figura 4.48

4.6. Repetir el Problema 4.5 considerando un cortocircuito bifásico a tierra en la barra de 13,2 kV

4.7. Repetir el Problema 4.5 considerando un cortocircuito monofásico a tierra en la barra de 220 kV

4.8. Repetir el Problema 4.5 considerando un cortocircuito bifásico a tierra en la barra de 220 kV

4.9. En el sistema de la Figura 4.49, ocurre una falla monofásica a tierra en la barra 2. Con las consideraciones usuales del cálculo de cortocircuitos y considerando que todos los datos en % están en base propia, determinar:

- La corriente de falla en Amperes
- Los voltajes entre líneas en kV, en el punto de falla
- Las corrientes en Amperes en bornes de G_1 y G_2
- La corriente en Amperes, en los neutros de los transformadores y de los generadores
- Las corrientes de secuencia cero en Amperes, en el interior de la delta de los transformadores

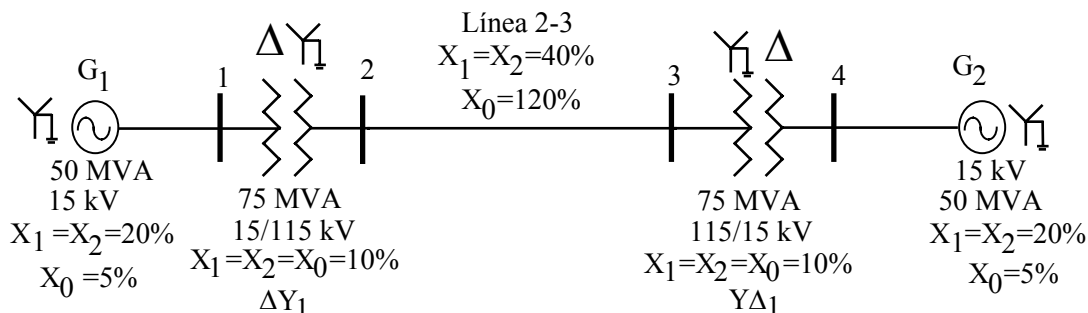


Figura 4.49

4.10. Resuelva el problema 4.9, considerando una falla bifásica a tierra.

4.11. En el sistema de la Figura 4.50, los valores en % de los parámetros están en la base propia de cada equipo. El sistema se encuentra en vacío cuando ocurre un cortocircuito monofásico en el secundario del transformador conectado al generador G_1 . Determinar:

- La corriente de falla en Amperes y la tensión en el punto de falla en Volt.
- El valor que debería tener una resistencia de falla que limite la corriente de falla máxima a un 40% de su valor original.

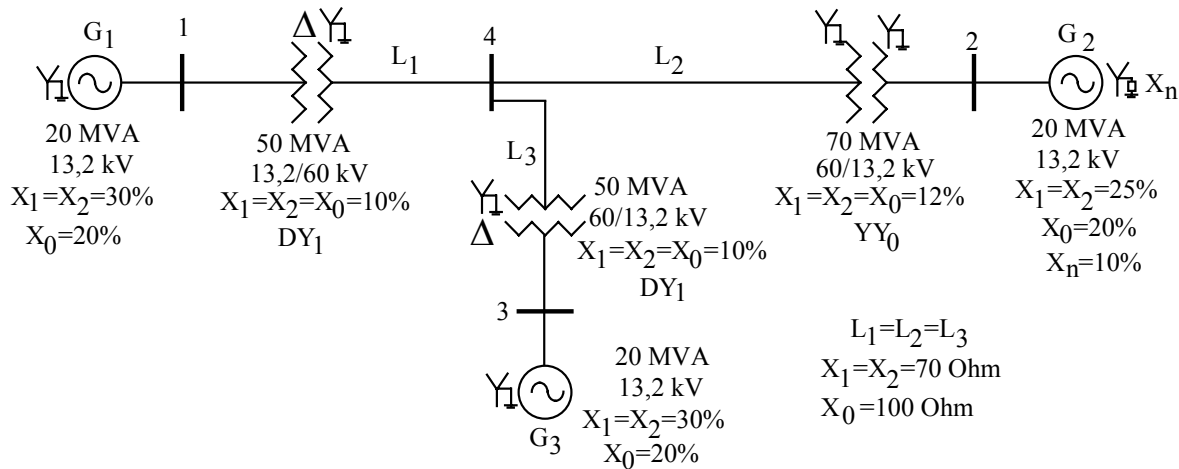


Figura 4.50

4.12. En el sistema de la Figura 4.51 a) se produce una falla en F, del tipo mostrado en la Figura 4.51 b). Los parámetros están en tanto por unidad, en base común, 20 MVA. Determinar:

- La interconexión de las mallas de secuencia que permita representar dicha falla
- Las corrientes de falla en Amperes.
- Los voltajes entre líneas en el punto de falla en kV.

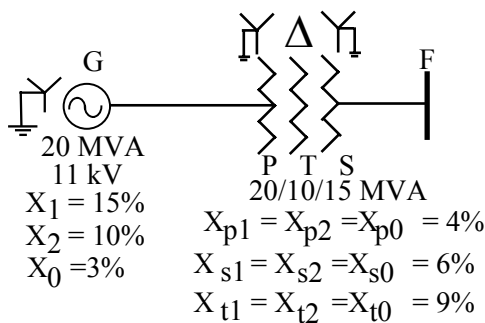


Figura 4.51 a)

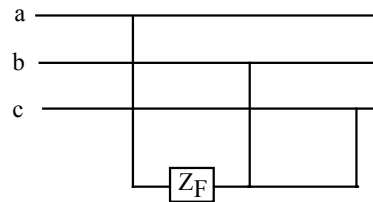


Figura 4.51 b)

4.13. Un generador alimenta un motor a través de un transformador conectado en Y/ Δ . El generador está conectado al lado en estrella del transformador. Se produce una falla entre los terminales del motor y el transformador. Las componentes simétricas de la corriente que circulan desde el motor hacia la falla: son $\dot{I}_{a1} = -0,8 - j2,6$; $\dot{I}_{a2} = -j2,0$ e $\dot{I}_{a0} = -j3,0$. Desde el transformador hacia la falla, las corrientes son: $\dot{I}_{a1} = 0,8 - j0,4$; $\dot{I}_{a2} = -j1,0$ e $\dot{I}_{a0} = 0$. Todos los valores están en por unidad, base común. Suponer que $X_1=X_2$ para el motor y el generador. Determinar:

- El tipo de falla
- La corriente previa a la falla en la fase a
- La corriente de falla.

4.14. Una carga cuya impedancia $Z_c = (1,1 + j 0,6)$ (pu) se conecta entre las fases “b” y “c” de un generador de 20 MVA, 13,8 kV; $X_1=25\%$; $X_2=35\%$; $X_0=10\%$. En estas condiciones y considerando que todos los parámetros están en base 20 MVA, determinar las tensiones entre líneas del generador (en volt).

4.15. Las reactancias de un generador de 100 MVA, 20 kV son: $X_1=X_2=20\%$, $X_0=5\%$. El generador está conectado a un transformador ΔY_1 de 100 MVA, 20/230 kV con una reactancia del 10%. El neutro del transformador está sólidamente aterrizado. El voltaje en terminales del generador es de 20 kV cuando ocurre una falla bifásica (entre las fases b y c) y a tierra en el lado del alto voltaje del transformador. Calcular:

- Las corrientes y voltajes de secuencia en el punto de falla (pu)
- Las corrientes de línea (A) y los voltajes entre líneas en el punto de falla (kV)
- La corriente en todas las fases del generador (A)
- La corriente en el neutro del transformador (A)
- La corriente de secuencia cero en la delta del transformador (A)

4.16. Se tiene un transformador trifásico de tres enrollados, con carga desequilibrada, tal como se muestra en la Figura 4.52. Las tensiones nominales son: 6.600/660/2.200 volt (P/T/S). Considerando que la corriente en la carga $\dot{I}_a = 90 \angle 0^\circ$ A, calcular la corriente en cada fase del primario y la corriente en el terciario.

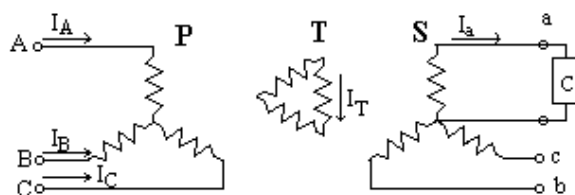


Figura 4.52

4.17. En el sistema de la Figura 4.53, se abren las fases “b” y “c” en la barra 4 (bornes del motor) cuando el motor M está recibiendo el 80% de su potencia nominal, con su tensión nominal en bornes, Factor de Potencia 0,8 inductivo. Calcular la potencia recibida por el motor (kVA) y las corrientes en los neutros de los transformadores en estas condiciones. Datos en % en base común 1.250 kVA.

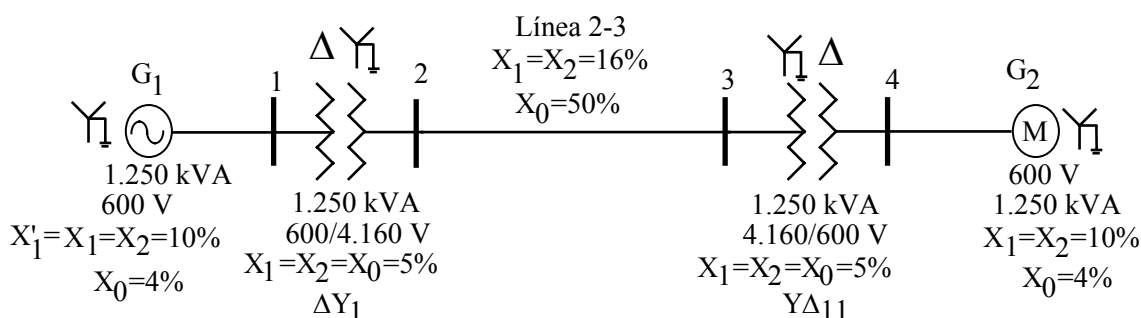


Figura 4.53

4.18. Un generador, está entregando 90 MW (en sus bornes), Factor de Potencia 0,9 inductivo a un motor, a través de un transformador cuando se abren las fase “b” y “c” en bornes del motor (secundario del transformador). La tensión en bornes del Generador en ese instante era de 13.860 volt (entre líneas). Los datos en tanto por unidad, con $S_B=100$ MVA, son los siguientes:

Generador: 13,2 kV; 100 MVA, $X_1=X'_d=0,3$; $X_2=0,1$; $X_0=0,04$. Conexión: Estrella con neutro a tierra

Transformador: 13,2/6,6 kV, 100 MVA, $X_1=X_2=X_0=0,1$. Conexión Delta-Estrella con neutro a tierra: ΔY_1

Motor: 100 MVA; 6,6 kV; $X'_d=X_1=X_2=0,1$; $X_0=0,04$. Conexión: Estrella con neutro a tierra

Determinar la potencia activa (MW) y reactiva (MVar) que recibe el motor en estas condiciones.

4.19. El sistema de la Figura 4.54 está trabajando en las condiciones indicadas, esto es, el motor está recibiendo una potencia de 100 MW, Factor de Potencia 0,95 inductivo a tensión nominal en bornes, cuando es necesario cambiar el transformador de la fase “a” del banco trifásico. El nuevo transformador monofásico

es de 40 MVA, pero su reactancia es del 7% en base propia. Determine las corrientes que circulan por las líneas, en estas condiciones. Los datos están en base común 120 MVA.

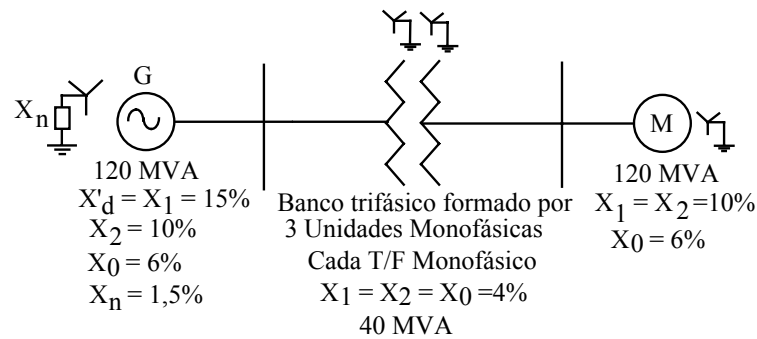


Figura 4.54

4.20. El sistema de la Figura 4.55, está trabajando en las condiciones indicadas, esto es, la carga, conectada en estrella con neutro a tierra, está recibiendo la potencia de $(80+j60)$ MVA a voltaje nominal en sus bornes, cuando se abre la fase “a” en este punto. Representando la carga como una impedancia constante, con $Z_{1C}=Z_{2C}=Z_{0C}$, determine los voltajes $\dot{V}_a$; $\dot{V}_b$ y $\dot{V}_c$ en los bornes del generador en estas condiciones. Los datos están en base 100 MVA.

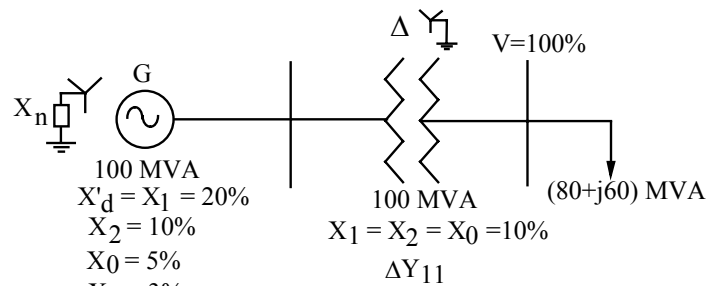


Figura 4.55